

Últimos levelings com base em funções de energia aplicados a detecção de objetos

Charles Ferreira Gobber
Programa de Pós Graduação em
Informática e Gestão do Conhecimento
Universidade Nove de Julho,
São Paulo - Brasil
Email: charles26f@gmail.com

Wonder Alexandre Luz Alves
Programa de Pós Graduação em
Informática e Gestão do Conhecimento
Universidade Nove de Julho,
São Paulo - Brasil
Email: wonder@uni9.pro.br

Resumo—Com o avanço da tecnologia pesquisas na área de visão computacional têm sido cada vez mais crescentes e muitas aplicações vêm sendo desenvolvidas nos mais diferentes âmbitos. Nesse sentido, é explorada neste trabalho uma teoria invariante a escala definida no âmbito da Morfologia Matemática. Nosso estudo é voltado para uma classe de operadores residuais chamados de últimos *levelings*. Esses operadores robustos analisam espaços de escalas baseado em *levelings* por meio de diferenças consecutivas (resíduos) e consideram os máximos resíduos. Em adição, esses resíduos revelam informações importantes sobre o contraste de uma imagem. Devido a natureza dos operadores últimos *levelings* muitas vezes alguns resíduos extraídos de regiões da imagem acabam sendo indesejáveis. Uma abordagem para minimizar esse problema é construir estratégias para filtrar estes resíduos. Assim, apresenta-se neste trabalho uma nova abordagem para a construção destas estratégias baseada nas chamadas funções de energia. Os resultados encontrados em duas aplicações: (i) reconhecimento de plantas via detecção do bounding box e (ii) segmentação de vasos sanguíneos em imagens de retinas revelam que essa abordagem é robusta e eficiente.

I. INTRODUÇÃO

Recentemente, muitos trabalhos têm demandado tempo e recursos no estudo de imagens digitais. Tipicamente, estamos interessados em reconhecer objetos presentes nas cenas reproduzidas por essas imagens. Contudo, a complexidade da cena e as características particulares de cada objeto tornam a tarefa de detecção do mesmo complexa, tendo em vista que esses objetos representam órgãos, células, caracteres, veículos, informações geográficas entre muitos outros [1]. Nesse sentido, a forma de um objeto é uma importante característica básica que pode ser utilizada para representá-lo.

Levando em conta os fatos levantados, percebe-se que, objetos de interesse em uma imagem muitas vezes não pertencem a uma escala específica, mas sim a diversas escalas [2]. Por este motivo, abordagens multiescalas têm sido estudadas ao longo dos anos. Uma importante área que concentra estudos neste sentido é a Morfologia Matemática (MM). Em poucas palavras, MM é o estudo e análise de formas e objetos utilizando teoria dos conjuntos e outras subáreas de matemática teórica, compondo assim uma poderosa ferramenta de análise e processamento de imagens [3].

Em MM muitos operadores são definidos como a diferença entre dois operadores. Estes operadores são chamados de *operadores residuais*. Neste trabalho estamos interessados em explorar uma classe de operadores residuais denominada *últimos levelings* [4]. Eles são operadores robustos que analisam a evolução de valores residuais extraídos de subtrações sucessivas de operadores em um espaço de escalas baseado em *levelings*. Durante o processo de extração residual é muito comum que resíduos de regiões indesejáveis sejam detectados. Além disso, muitas vezes os resíduos indesejáveis sobrepõe os desejáveis. Uma maneira de minimizar os resíduos indesejáveis é planejando estratégias de filtragem residual.

Considerando o apresentado, este trabalho tem como objetivo apresentar a dissertação intitulada **Últimos levelings com base em funções de energia aplicados a detecção de objetos**, defendida em 23/02/2018. As principais contribuições deste trabalho são novas estratégias para filtragem residual dos últimos *levelings* baseados em funções de energia. Como resultado deste trabalho temos as seguintes publicações:

- **Artigo Completo** - *Ultimate Levelings Based on Mumford-Shah Energy Functional Applied to Plant Detection*, no CIARP 2017 - 22nd Iberoamerican Congress on Pattern Recognition.
- **Artigo Completo** - *Plant Bounding Box Detection from Desirable Residues of the Ultimate Levelings*, no ICIAR 2018 - 15th International Conference on Image Analysis and Recognition.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma: na Seção II são apresentados conceitos sobre imagens, árvores morfológicas e últimos *levelings*; na Seção III são apresentadas as principais contribuições deste trabalho; na Seção IV são apresentados resultados em duas aplicações (i) reconhecimento de plantas via detecção do *bounding box* e (ii) segmentação de vasos sanguíneos em imagens de retinas e finalmente na Seção V são apresentadas algumas conclusões deste trabalho.

II. CONCEITOS PRELIMINARES

Representação de imagens através de árvores têm sido objeto de estudos há muitos anos. Esse tipo de representação possui aplicações nas mais diversas áreas, como: filtragem,

¹Dissertação de mestrado

segmentação, reconhecimento de padrões, extração de contraste, compactação entre outros. Nesta abordagem constrói-se uma árvore a partir de uma imagem, realizam-se todas as etapas de extrações e modificações e então uma imagem é reconstruída (veja Figura 1).

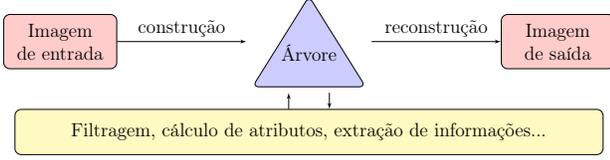


Figura 1. Representação de imagens através de árvores.

Para construir as árvores utilizadas neste trabalho, são necessárias as seguintes definições. Primeiro, consideramos uma imagem como um mapeamento de uma grade cartesiana $\mathcal{D} \subset \mathbb{Z}^2$ para um conjunto de $k \geq 1$ inteiros $\mathbb{K} = \{0, 1, \dots, k-1\}$. (Mais precisamente, $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{K}$). Esses mapeamentos podem ser decompostos em conjuntos de níveis inferiores e superiores, isto é, para todo $\lambda \in \mathbb{K}$, $\mathcal{X}_\lambda^\downarrow(f) = \{p \in \mathcal{D} : f(p) < \lambda\}$ e $\mathcal{X}_\lambda^\uparrow(f) = \{p \in \mathcal{D} : f(p) \geq \lambda\}$. Uma propriedade importante a respeito desses conjuntos é que eles são aninhados pela relação de inclusão, isto é, $\mathcal{X}_\lambda^\downarrow(f) \subseteq \mathcal{X}_{\lambda+1}^\downarrow(f) \subseteq \dots \subseteq \mathcal{X}_0^\downarrow(f)$ e $\mathcal{X}_k^\uparrow(f) \subseteq \mathcal{X}_{k-1}^\uparrow(f) \subseteq \dots \subseteq \mathcal{X}_0^\uparrow(f)$. Dessa forma, é possível reconstruir f a partir de qualquer das famílias de conjuntos de níveis inferiores ou superiores, ou seja:

$$\forall p \in \mathcal{D}, f(p) = \inf\{\lambda : p \in \mathcal{X}_\lambda^\downarrow(f)\} = \sup\{\lambda : p \in \mathcal{X}_\lambda^\uparrow(f)\}.$$

A partir desses conjuntos, podemos definir dois outros conjuntos, $\mathcal{L}(f)$ e $\mathcal{U}(f)$ compostos pelos Componentes Conexos (CCs) dos conjuntos de níveis inferiores e superiores de f , isto é, $\mathcal{L}(f) = \{\tau \in \mathcal{CC}(\mathcal{X}_\lambda^\downarrow(f)) : \lambda \in \mathbb{K}\}$ e $\mathcal{U}(f) = \{\tau \in \mathcal{CC}(\mathcal{X}_\lambda^\uparrow(f)) : \lambda \in \mathbb{K}\}$, onde $\mathcal{CC}(\mathcal{X})$ denota, respectivamente, os conjuntos de 4 ou 8-CCs de \mathcal{X} . Os pares $(\mathcal{L}(f), \subseteq)$ e $(\mathcal{U}(f), \subseteq)$ induzem duas árvores duais, chamadas respectivamente de *min-tree* e *max-tree* (ou, *árvores de componentes*) [5]. Podemos combiná-las em uma única árvore chamada *árvore de formas*. Assim, seja $\mathcal{P}(\mathcal{D})$ o conjunto das partes de \mathcal{D} e seja $sat : \mathcal{P}(\mathcal{D}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{D})$ um operador que preenche buracos de um CC [5]. Então, seja $\mathcal{SAT}(f) = \{sat(\tau) : \tau \in \mathcal{L}(f) \cup \mathcal{U}(f)\}$ a família de CCs dos conjuntos de níveis inferiores e superiores com os buracos preenchidos. Dessa forma, o par $(\mathcal{SAT}(f), \subseteq)$ induzem a chamada *árvore de formas* [5].

As árvores de componentes e de formas, são representações de imagens completas e não redundantes e são conhecidas na literatura como *árvores morfológicas*. Nessas árvores, cada *pixel* $p \in \mathcal{D}$ está associado ao menor CC que o contém e através da relação de parentesco ele está associado também aos nós ancestrais. Assim, denota-se por $SC(\mathcal{T}, p)$ o menor CC contendo p em \mathcal{T} . De forma similar, dizemos que $p \in \mathcal{D}$ é um *pixel do nó compacto* (CNP) de um dado CC $\tau \in \mathcal{T}$ se e só se $\tau = SC(\mathcal{T}, p)$. O conjunto composto pelos CNPs de τ é definido como $\hat{\tau} = \{p \in \mathcal{D} : \tau = SC(\mathcal{T}, p)\}$. Na Figura 2 são apresentados exemplos de árvores morfológicas.

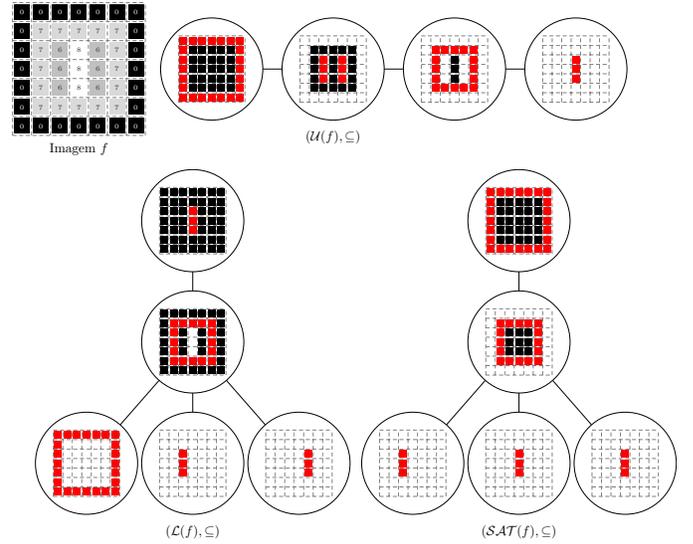


Figura 2. Exemplos de árvores morfológicas para uma dada imagem f , em vermelho são mostrados os CNPs e os menores CCs que os contém.

Árvores morfológicas são estruturas eficientes para computação de operadores últimos *levelings*. Assim, na próxima seção são apresentados conceitos de operadores últimos *levelings* e suas relações com árvores morfológicas.

A. Últimos levelings

Os últimos *levelings* constituem uma classe de operadores residuais definidos sobre um espaço de escalas baseado em *levelings* $\{\psi_i : i \in \mathcal{I}\}$ [4], [6], [7]. Um operador último *leveling* analisa a evolução de valores residuais de uma família de primitivas consecutivas, isto é, $r_i^+(f) = [\psi_i - \psi_{i+1} \vee 0]$ e $r_i^-(f) = [\psi_{i+1} - \psi_i \vee 0]$, mantendo o resíduo máximo positivo e negativo para cada *pixel*. Assim, objetos de contraste podem ser detectados se um resíduo relevante é gerado quando os resíduos são filtrados por algum desses *levelings*. Mais precisamente, o último *leveling* \mathcal{R} é definido para uma dada imagem f da seguinte forma:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}^+(f) \vee \mathcal{R}^-(f), \quad (1)$$

onde $\mathcal{R}^+(f) = \sup_{i \in \mathcal{I}} \{r_i^+(f)\}$ e $\mathcal{R}^-(f) = \sup_{i \in \mathcal{I}} \{r_i^-(f)\}$.

Operadores últimos *levelings* podem ser eficientemente computados a partir de árvores morfológicas, isto é, uma família crescente de *levelings* $\{\psi_i : i \in \mathcal{I}\}$ pode ser obtida de uma sequência de árvores podadas $(\mathcal{T}_f^0, \mathcal{T}_f^1, \dots, \mathcal{T}_f^{\mathcal{I}MAX})$ a partir de uma árvore morfológica \mathcal{T}_f construída de uma imagem f [8]. Assim, o i -ésimo resíduo positivo (respectivamente, negativo) $r_{\mathcal{T}_f^i}^+$ pode ser obtido a partir dos nós $\mathcal{Nr}(i) = \mathcal{T}_f^i \setminus \mathcal{T}_f^{i+1}$, isto é, $\forall \tau \in \mathcal{Nr}(i)$:

$$r_{\mathcal{T}_f^i}^+(\tau) = \begin{cases} level(\tau) - level(Pai(\tau)), & \text{se } Pai(\tau) \notin \mathcal{Nr}(i), \\ level(\tau) - level(Pai(\tau)) \\ + r_{\mathcal{T}_f^i}^+(Pai(\tau)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (2)$$

onde $level$ e Pai são funções que representam respectivamente, o nível de cinza e o nó pai de um dado nó $\tau \in \mathcal{T}_f$.

Então, com auxílio da recorrência acima o i -ésimo resíduo positivo (respectivamente, negativo) $r_i^+(f)$ é dado $\forall p \in \mathcal{D}$ pela seguinte recorrência:

$$[r_i^+(f)](p) = \begin{cases} r_{\mathcal{T}_f^i}^+(SC(\mathcal{T}_f^i, p)), & \text{se } SC(\mathcal{T}_f^i, p) \in \mathcal{N}r(i), \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3)$$

Os fatos apresentados levam a algoritmos eficientes para computar operadores últimos *levelings* [6]–[8].

B. Filtragem de resíduos indesejáveis

Últimos *levelings* são operadores que extraem informação residual de uma família de primitivas. Durante a extração residual é muito comum que resíduos de regiões indesejáveis sejam detectados. Por conta da natureza dos operadores últimos *levelings* muitas vezes os resíduos indesejáveis sobrepõem os desejáveis. Dessa forma, uma maneira de minimizar os resíduos indesejáveis é planejando estratégias de filtragem residual. Assim, para decidir se um resíduo é filtrado ou não, basta verificar se todo nó $\tau \in \mathcal{N}r(i)$ satisfaz a um dado critério $\Omega : \mathcal{P}(\mathcal{D}) \rightarrow \{\text{desejável, indesejável}\}$. Dessa forma, computase um último *leveling* \mathcal{R} para resíduos r_i^+ (respectivamente, r_i^-) que satisfazem Ω . Então, resíduos positivos (respectivamente, negativos) são redefinidos $\forall \tau \in \mathcal{N}r(i)$ como segue:

$$r_{\mathcal{T}_f^i}^{\Omega+}(\tau) = \begin{cases} r_{\mathcal{T}_f^i}^+(\tau), & \text{se } \exists C \in \mathcal{N}r(i) : \Omega(C) \text{ é desejável} \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4)$$

e então os últimos *levelings* filtrados são redefinidos como segue: $\mathcal{R}_\Omega(f) = \mathcal{R}_\Omega^+(f) \vee \mathcal{R}_\Omega^-(f)$, onde $\mathcal{R}_\Omega^+(f) = \sup\{r_i^{\Omega+}(\tau) : i \in \mathcal{I}\}$ e $\mathcal{R}_\Omega^-(f) = \sup\{r_i^{\Omega-}(\tau) : i \in \mathcal{I}\}$.

III. ÚLTIMOS LEVELINGS BASEADOS EM FUNÇÕES DE ENERGIA

Nesta seção apresentamos as contribuições principais deste trabalho, que são novas estratégias para filtragem de resíduos indesejáveis dos últimos *levelings* baseados em funções de energia. Isso significa que, algumas regiões de resíduos desejáveis são selecionadas de acordo com um atributo de energia $\kappa : \mathcal{P}(\mathcal{D}) \rightarrow \mathbb{R}$ e dois parâmetros de *threshold* $\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max} \in \mathbb{R}$. Assim, para decidir se um resíduo $r_i^+(f)$ (respectivamente, $r_i^-(f)$) é desejável, verifica-se se existe pelo menos um nó $\tau \in \mathcal{N}r(i)$ que satisfaz o seguinte critério:

$$\Omega(\tau) = \begin{cases} \text{desejável,} & \text{se } \varepsilon_{max} \geq \kappa(\tau) \geq \varepsilon_{min}, \\ \text{indesejável,} & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5)$$

Nas próximas seções são apresentados os trabalhos envolvidos para a construção das novas estratégias bem como definições e algoritmos eficientes para a computação dos atributos de energia.

A. O funcional de Mumford-Shah

O problema de obter uma segmentação ótima da imagem é um assunto que vem sendo estudado pela comunidade científica há muitos anos [9]. Uma abordagem que é muito consolidada e estudada é a do uso de funções de energia para segmentar imagens [10]–[12]. Uma classe interessante

de funções de energia é a que envolve a minimização de uma função de dois termos: $E_\nu = D + \nu C$, onde D é chamado de termo *goodness-of-fit*, C é o termo de regularização e ν um parâmetro [11], [12]. A funcional de Mumford-Shah [10] pode ser definida como uma função de energia de dois termos para uma dada imagem f e uma partição P da seguinte forma:

$$E_\nu(f, P) = \sum_{R \in P} \sum_{p \in R} (\mu(R) - f(p))^2 + \nu |\partial R|, \quad (6)$$

onde $\mu(R) = \frac{vol(R)}{|R|}$ é a média de f em uma dada região R , ∂R é o conjunto dos *pixels* do contorno de R e $vol(R) = \sum_{p \in R} f(p)$ é o volume da região R .

De fato, uma árvore morfológica \mathcal{T} representa uma partição associada da imagem a partir do CPNs, isto é, $P_{\mathcal{T}} = \{\hat{\tau} : \tau \in \mathcal{T}\}$. Assim, dada uma árvore morfológica \mathcal{T} , uma versão simplificada \mathcal{T}' de \mathcal{T} pode ser obtida removendo-se alguns nós de \mathcal{T} e atualizando a sua relação de parentesco. Dessa forma, considerando a Equação 6 como um problema de minimização, estamos interessados em encontrar a versão simplificada \mathcal{T}^* de \mathcal{T} que tenha energia mínima, isto é:

$$\mathcal{T}^* = \arg \min \{E_\nu(f, P_{\mathcal{T}'}) : \mathcal{T}' \text{ é uma simplificação de } \mathcal{T}\}. \quad (7)$$

Note que, o problema apresentado na Equação 7 tem solução ótima exponencial. Nesse sentido, Ballester et al. [12] propõe uma solução ótima local baseada na funcional de Mumford-Shah construída a partir de uma nova medida chamada de funcional variacional (veja também [13]). O *funcional variacional* é definido como a diferença de energia de uma árvore \mathcal{T} com e sem um dado nó $\tau \in \mathcal{T}$, isto é:

$$\Delta E(\mathcal{T}, \tau) = E_\nu(f, P_{\mathcal{T}}) - E_\nu(f, P_{\mathcal{T} \setminus \{\tau\}}). \quad (8)$$

Se o valor de $\Delta E(\mathcal{T}, \tau)$ para um dado nó $\tau \in \mathcal{T}$ é estritamente positivo, isso indica que a remoção de τ decresce a energia, então ele deve ser removido. Dado o exposto, são definidos nas próximas seções dois novos atributos que dão origem as novas estratégias: um deles denotado por $\kappa_{\Delta E}$ computado pelo funcional variacional e o atributo funcional denotado por $\kappa_{\mathcal{A}_{ms}}$ que é um atributo baseado no funcional variacional introduzido por Xu et al. [11].

B. Atributo variacional

Nesta seção vamos definir um novo atributo baseado no funcional variacional e apresentar um algoritmo para sua computação baseado no trabalho de Ballester et al [12]. Seja τ um nó em \mathcal{T} . Note que, na Equação 8 somente as regiões $\hat{\tau} \in P_{\mathcal{T}}$, $\hat{\tau}' = \hat{\tau}_{P_{ai}(\tau)} \in P_{\mathcal{T}}$ e $\hat{\tau}'' = \hat{\tau} \cup \hat{\tau}_{P_{ai}(\tau)} \in P_{\mathcal{T} \setminus \{\tau\}}$ estão na diferença simétrica entre $P_{\mathcal{T}}$ e $P_{\mathcal{T} \setminus \{\tau\}}$. Então podemos reescrever a Equação 8 da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Delta E(\mathcal{T}, \tau) &= E_\nu(f, P_{\mathcal{T}}) - E_\nu(f, P_{\mathcal{T} \setminus \{\tau\}}) \\ &= \frac{[vol(\hat{\tau}'')]^2}{|\hat{\tau}''|} - \frac{[vol(\hat{\tau})]^2}{|\hat{\tau}|} - \frac{[vol(\hat{\tau}')]^2}{|\hat{\tau}'|} \\ &\quad + \nu \times (|\partial \hat{\tau}| + |\partial \hat{\tau}'| - |\partial \hat{\tau}''|). \end{aligned} \quad (9)$$

Para computar o funcional variacional de forma eficiente utilizamos uma implementação baseada em Fila de Prioridade

[12]. Mais especificamente a que foi apresentada em Falcão, Udupa e Miyazawa [14]. Assim, uma implementação do algoritmo para computação do atributo variacional baseado no funcional variacional é apresentada no Algoritmo 1.

função computa-atributo-variacional(\mathcal{T}, ν)

- 1: inicie a fila de prioridade Q
- 2: **para todo** $\tau \in \mathcal{T}$ **faça**
- 3: $\kappa_{\Delta E}(\tau) \leftarrow \Delta E(\mathcal{T}, \tau)$
- 4: **se** $\kappa_{\Delta E}(\tau) > 0$ **então**
- 5: insira τ em Q com prioridade $\kappa_{\Delta E}(\tau)$
- 6: **fim se**
- 7: **fim for**
- 8: **enquanto** Q não está vazia **faça**
- 9: $\tau \leftarrow$ remova o nó de maior prioridade em Q
- 10: $\tau' \leftarrow \text{Pai}(\tau)$
- 11: $\hat{\tau}' \leftarrow \hat{\tau}' \cup \hat{\tau}$
- 12: $\text{vol}(\hat{\tau}') \leftarrow \text{vol}(\hat{\tau}') + \text{vol}(\hat{\tau})$
- 13: Remova τ e atualize a relação de parentesco
- 14: Atualize $\kappa_{\Delta E}$ e Q para τ' e seus filhos.
- 15: **fim enquanto**
- 16: **retorna** $\kappa_{\Delta E}$

Algoritmo 1. Algoritmo para computar o atributo variacional.

Note que, para computar o atributo $\kappa_{\Delta E}$ é necessário escolher um valor para o parâmetro ν . Essa foi uma lacuna explorada por Xu, Géraud e Najman [11]. Dessa forma, baseado no funcional variacional e no parâmetro ν , Xu, Géraud e Najman [11] propuseram um atributo chamado de atributo funcional que é explorado na próxima sessão.

C. Atributo funcional

O atributo funcional foi apresentado em Xu, Géraud e Najman [11] como uma forma de escolher o parâmetro ν de forma automática. Esse parâmetro é também chamado de parâmetro de escala do funcional de Mumford-Shah e através dele é possível controlar o nível de simplificação da imagem [11]. Quanto maior o valor de ν , mais simplificada a imagem fica, isso porque mais nós serão removidos e por consequência mais uniões de regiões da imagem irão ocorrer. Considerando esses fatos, baseado no funcional variacional dado pela Equação 8, para um dado nó $\tau \in \mathcal{T}$ o *atributo funcional* é definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ms}(\mathcal{T}, \tau) &= \frac{-\Delta E_{\nu}(\mathcal{T}, \tau)}{|\partial\hat{\tau}| + |\partial\hat{\tau}'| - |\partial\hat{\tau}''|} + \nu \\ &= \frac{[\text{vol}(\hat{\tau})]^2}{|\hat{\tau}|} + \frac{[\text{vol}(\hat{\tau}')]^2}{|\hat{\tau}'|} - \frac{[\text{vol}(\hat{\tau}'')]^2}{|\hat{\tau}''|} \\ &\quad \times \frac{1}{|\partial\hat{\tau}| + |\partial\hat{\tau}'| - |\partial\hat{\tau}''|}. \end{aligned} \quad (10)$$

O atributo funcional mede a persistência de um nó ser removido em escalas mais grosseiras. Quanto maior o valor de \mathcal{A}_{ms} para um dado nó $\tau \in \mathcal{T}$, mais difícil é de remover esse nó, e isso equivale a dizer que em mais escalas grosseiras o nó está presente.

O funcional variacional depende da prioridade da fila para ser computado. Contudo, o custo da atualização da fila de prioridade impacta diretamente no custo do algoritmo. Nesse sentido, para computar o atributo funcional, Xu, Géraud e Najman [11] propõe explorar os nós de forma heurística utilizando algum atributo para indicar a ordem em que os nós são visitados e consequentemente removidos. Por exemplo, um atributo que pode ser utilizado é a magnitude do gradiente ao longo do contorno. Para um dado nó $\tau \in \mathcal{T}$, a *magnitude do gradiente ao longo do contorno* é dada por:

$$\mathcal{G}_{\nabla}(\tau) = \frac{S_{\nabla}(\tau)}{|\partial\tau|}, \quad (11)$$

onde $S_{\nabla}(\tau) = \sum_{p \in \partial\tau} (\nabla g(p))$ é a soma do gradiente dos contornos de τ e ∇g é a imagem do gradiente de f . Dessa forma, uma implementação do algoritmo para computação do atributo funcional é apresentada no Algoritmo 2.

função computa-atributo-funcional(\mathcal{T})

- 1: inicie a fila de prioridade Q
- 2: **para todo** $\tau \in \mathcal{T}$ **faça**
- 3: $\kappa_{\mathcal{A}_{ms}}(\tau) \leftarrow \mathcal{A}_{ms}(\mathcal{T}, \tau)$
- 4: insira τ em Q com prioridade $\mathcal{G}_{\nabla}(\tau)$
- 5: **fim for**
- 6: **enquanto** Q não está vazia **faça**
- 7: $\tau \leftarrow$ remova o nó de maior prioridade em Q
- 8: $\tau' \leftarrow \text{Pai}(\tau)$
- 9: $\kappa_{\mathcal{A}_{ms}}(\tau) \leftarrow \max\{\mathcal{A}_{ms}(\tau), \kappa_{\mathcal{A}_{ms}}(\tau)\}$
- 10: $\hat{\tau}' \leftarrow \hat{\tau}' \cup \hat{\tau}$
- 11: $\text{vol}(\hat{\tau}') \leftarrow \text{vol}(\hat{\tau}') + \text{vol}(\hat{\tau})$
- 12: Remova τ e atualize a relação de parentesco
- 13: **fim enquanto**
- 14: **retorna** $\kappa_{\mathcal{A}_{ms}}$

Algoritmo 2. Algoritmo para computar o atributo funcional.

Os atributos resultantes deste trabalho levam a definição de duas novas estratégias, denotadas por $\Omega_{\kappa_{\Delta E}}$ e $\Omega_{\kappa_{\mathcal{A}_{ms}}}$. Essas estratégias foram utilizadas em duas aplicações distintas: (i) reconhecimento de plantas via detecção do *bounding box* e (ii) segmentação de vasos sanguíneos em imagens de retinas. Esses resultados são apresentados na próxima seção.

IV. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Nesta seção são apresentados resultados da aplicação das principais contribuições deste trabalho: as estratégias $\Omega_{\Delta E}$ e $\Omega_{\mathcal{A}_{ms}}$ baseadas nos atributos de energia. A primeira aplicação é na área de detecção de plantas, mais especificamente na tarefa de detecção do *bounding box*, onde comparamos alguns resultados da estratégia $\Omega_{\mathcal{A}_{ms}}$ com outras duas estratégias para filtragem de resíduos: MSER [15] e TBMR [16]. A segunda aplicação é na área de análise de imagens de retina, mais especificamente em segmentação de vasos sanguíneos, onde comparamos as estratégias $\Omega_{\Delta E}$ e $\Omega_{\mathcal{A}_{ms}}$.

A. Detecção de plantas via bounding box

Reconhecimento de plantas é uma tarefa muito importante na área de visão computacional aplicada a agricultura [17]. A morfologia da planta é muito complexa. Nesse sentido, a detecção de *bounding box* é considerada uma tarefa difícil. Para aplicar nossa solução, escolhemos um importante dataset de plantas [18]. Quanto a tarefa de detecção do *bounding box* a base de imagens de plantas é subdividida em três sub-bases: Ara2012, Ara2013-Canon e Ara2013-Rpi, totalizando 70 imagens com resoluções entre 1647x1158 e 3108x2324.

Algumas abordagens propostas para detecção de plantas encontradas na literatura utilizam o canal green f_g de uma dada imagem multibanda f_{rgb} , pois é o canal que costuma apresentar maior contraste nas regiões de plantas [18]. Com a informação conhecida de maior contraste do canal green, optamos por escolher a *max-tree* (as regiões de plantas vão se concentrar próximas as folhas da árvore). A abordagem completa é apresentada na Figura 3.

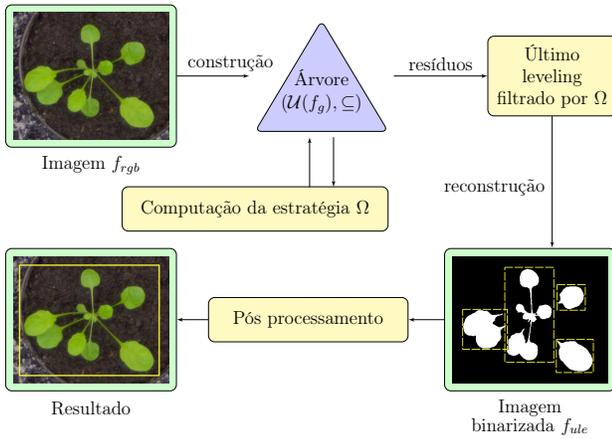


Figura 3. Visão geral da nossa abordagem para a tarefa de detecção do *bounding box* da planta. Note que, a imagem f_{rgb} é apenas um recorte.

Para avaliar o desempenho da nossa abordagem escolhemos utilizar algumas métricas providas por Minervini et al. [18]. Essas medidas são: *Symmetric Best Dice* (SBD) que é uma medida de acurácia; *DIC* que é a diferença entre a detecção da planta utilizando o *bounding box* anotado e o *bounding box* predito e $|DIC|$ que é o valor absoluto do DIC. Os resultados mostram que de uma maneira geral a estratégia baseada no TBMR mostra valores melhores do que o MSER e a estratégia $\Omega_{\kappa_{Ams}}$. Esses resultados são apresentados na tabela abaixo:

Classificador	SBD[%]	DiC	DiC	ϵ_{min}	ϵ_{max}
$\Omega_{\kappa_{Ams}}$	85.8	0.00	0.30	190	$+\infty$
$\Omega_{\kappa_{mser}}$	87.6	0.10	0.20	11	$+\infty$
$\Omega_{\kappa_{tbmr}}$	89.3	0.10	0.10	1	$+\infty$

Tabela I

RESULTADOS OBTIDOS NA TAREFA DE DETECÇÃO DO BOUNDING BOX DA PLANTA PARA AS ESTRATÉGIAS $\Omega_{\kappa_{Ams}}$, $\Omega_{\kappa_{mser}}$ E $\Omega_{\kappa_{tbmr}}$.

B. Segmentação de vasos sanguíneos em imagens de retina

Um dos maiores problemas de saúde pública mundial está relacionado as patologias oculares que ocorrem principalmente nas pessoas mais idosas [19]. As patologias são variadas, tais como: glaucoma, retinopatia diabética e degeneração macular, que podem levar em casos mais graves a completa cegueira [20]. Nesse sentido, a segmentação de vasos sanguíneos é um indicador importante para prevenir um grande número de patologias. Escolhemos aplicar nossa solução em duas bases de imagens de retina: Digital Retinal Images for Vessel Extraction (DRIVE) e Structured Analysis of the Retina (STARE) [19].

A maioria das abordagens para segmentação de vasos sanguíneos disponíveis na literatura buscam aumentar o contraste dos vasos sanguíneos antes de segmentar os vasos. Nesse sentido, escolhemos construir uma abordagem de pré-processamento baseada em operadores morfológicos [21]. Assim, para uma dada imagem do canal verde f_g é feita uma reconstrução por dilatação da máxima abertura de uma sequência de n aberturas ($\gamma_{\mathcal{B}_{\theta_0}}(f), \gamma_{\mathcal{B}_{\theta_1}}(f), \dots, \gamma_{\mathcal{B}_{\theta_n}}(f)$) construída sobre uma sequência de Elementos Estruturantes (EE) horizontais ($\mathcal{B}_{\theta_0}, \mathcal{B}_{\theta_1}, \dots, \mathcal{B}_{\theta_n}$) com altura 1 e largura 7 rotacionados por um ângulo $\theta_i, i = 0, \dots, n$, isto é:

$$f_{Rec} = Rec_{\mathcal{B}}^{\delta}(f_g, \max\{\gamma_{\mathcal{B}_{\theta_0}}(f), \gamma_{\mathcal{B}_{\theta_1}}(f), \dots, \gamma_{\mathcal{B}_{\theta_n}}(f)\}). \quad (12)$$

Os melhores resultados foram obtidos com uma sequência de 12 ângulos, isto é, ($\theta_0 = 0^\circ, \theta_1 = \theta_0 + 30^\circ, \theta_2 = \theta_1 + 30^\circ, \dots, \theta_{11} = 330^\circ$). Finalmente, na imagem f_{Rec} aplica-se o operador residual fechamento *top-hat* $\varphi_{\mathcal{B}}^{TH}(f_{Rec}) = \varphi_{\mathcal{B}}(f_{Rec}) - f_{Rec}$ utilizando um EE \mathcal{B} de disco com raio 6. Essa filtragem remove muitas regiões indesejáveis e preserva os vasos sanguíneos. Após a filtragem computa-se uma *max-tree* a partir da imagem $\varphi_{\mathcal{B}}^{TH}(f_{Rec})$. A abordagem completa é apresentada na Figura 4.

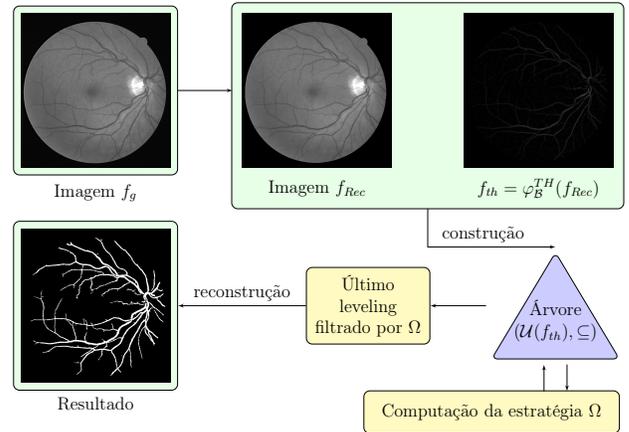


Figura 4. Visão geral da nossa abordagem para a aplicação de segmentação de vasos sanguíneos em imagens de retina.

Para avaliar nossa abordagem, são empregadas algumas medidas de desempenho que são utilizadas por outros autores na literatura, são elas: sensibilidade, acurácia e especificidade [19]. A sensibilidade é uma medida que mede a taxa de verda-

deiros positivos, já a especificidade mede a taxa de verdadeiros negativos e a acurácia mede a taxa de *pixels* classificados corretamente. Resultados comparando as estratégias $\Omega_{\Delta E}$ e $\Omega_{\mathcal{A}_{m,s}}$ são apresentados nas Tabela II e III.

Método	Sensibilidade	Especificidade	Acurácia
Segundo o especialista	0.7761	0.9725	0.9473
Wang et al. [22]	0.8173	0.9733	0.9767
$\Omega_{\mathcal{A}_{m,s}}$	0.7004	0.9821	0.9449
$\Omega_{\Delta E}$	0.6984	0.9768	0.9398
Abdallah et al. [23]	0.5879	-	0.9155

Tabela II
COMPARAÇÃO DE RESULTADO NA BASE DRIVE.

Método	Sensibilidade	Especificidade	Acurácia
Segundo o especialista	0.8949	0.9390	0.9354
Wang et al. [22]	0.8104	0.9791	0.9813
$\Omega_{\Delta E}$	0.7328	0.9578	0.9375
$\Omega_{\mathcal{A}_{m,s}}$	0.7424	0.9546	0.9351
Mapayi, Viriri e Tapamo [24]	0.5031	0.9567	0.9221

Tabela III
COMPARAÇÃO DE RESULTADO NA BASE STARE.

V. CONCLUSÕES

Nesta trabalho foram apresentadas duas novas estratégias para filtragem de resíduos dos últimos *levelings*. Os resultados apresentados mostram dois âmbitos diferentes de problemas que as estratégias apresentadas aqui foram aplicadas e obtiveram sucesso. Dessa forma, as estratégias mostram uma opção robusta para filtrar resíduos numéricos extraídos pelos últimos *levelings*. Como trabalhos futuros, apontamos os seguintes assuntos para serem explorados: (i) Estudar novas primitivas para computação de operadores últimos *levelings* a partir da funcional de Mumford-Shah, levando em conta o parâmetro de escala ν e estudos sobre hierarquias de partições [25]; (ii) Construir novas estratégias baseadas em funções de energia, estendendo o leque de opções a partir dos *snakes* [26] e outras funções de energias [27], [28] e (iii) Estender os operadores últimos *levelings* para imagens coloridas, bem como as estratégias baseadas em funções de energia obtidas neste trabalho e as que foram relacionadas no item anterior.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização do mestrado.

REFERÊNCIAS

[1] G. Cheng and J. Han, "A survey on object detection in optical remote sensing images," *{ISPRS} Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol. 117, pp. 11 – 28, 2016.

[2] J. J. Koenderink, "The structure of images," *Biological cybernetics*, vol. 50, pp. 363–370, 1984.

[3] P. Soille, *Morphological Image Analysis: Principles and Applications*.

[4] W. A. Alves, R. F. Hashimoto, and B. Marcotegui, "Ultimate levelings," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 165, pp. 60 – 74, 2017.

[5] V. Caselles and P. Monasse, *Geometric Description of Images As Topographic Maps*. Springer Publishing Company, Incorporated.

[6] J. Fabrizio and B. Marcotegui, *Fast Implementation of the Ultimate Opening*, 2009, vol. 9, pp. 272–281.

[7] W. A. L. Alves and R. F. Hashimoto, "Ultimate grain filter," 2014, pp. 2953–2957.

[8] W. A. L. Alves, A. Morimitsu, and R. F. Hashimoto, *Scale-Space Representation Based on Levelings Through Hierarchies of Level Sets*, 2015, vol. 9082, pp. 265–276.

[9] B. Peng, L. Zhang, and D. Zhang, "A survey of graph theoretical approaches to image segmentation," *Pattern Recognition*, vol. 46, p. 1020–1038, 2013.

[10] D. Mumford and J. Shah, "Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems," *Communications on pure and applied mathematics*, vol. 42, pp. 577–685, 1989.

[11] Y. Xu, T. Géraud, and L. Najman, "Hierarchical Image Simplification and Segmentation Based on Mumford-Shah-salient Level Line Selection," *Pattern Recogn. Lett.*, vol. 83, pp. 278–286, 2016.

[12] C. Ballester, V. Caselles, L. Igual, and L. Garrido, "Level Lines Selection with Variational Models for Segmentation and Encoding," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 27, pp. 5–27, 2007.

[13] G. Koepfler, C. Lopez, and J. M. Morel, "A Multiscale Algorithm for Image Segmentation by Variational Method," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 31, pp. 282–299, 1994.

[14] A. X. Falcao, J. K. Udupa, and F. K. Miyazawa, "An ultra-fast user-steered image segmentation paradigm: live wire on the fly," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 19, pp. 55–62, 2000.

[15] J. Matas, O. Chum, M. Urban, and T. Pajdla, "Robust wide-baseline stereo from maximally stable extremal regions," *Image and Vision Computing*.

[16] Y. Xu, P. Monasse, T. Géraud, and L. Najman, "Tree-Based Morse Regions: A Topological Approach to Local Feature Detection," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 23, pp. 5612–5625, 2014.

[17] F. De Smedt, I. Billiauws, and T. Goedemé, "Neural networks and low-cost optical filters for plant segmentation," *International Journal of Computer Information Systems and Industrial Management Applications*, vol. 3, pp. 804–811, 2011.

[18] M. Minervini, A. Fischbach, H. Schar, and S. A. Tsaftaris, "Finely-grained annotated datasets for image-based plant phenotyping," *Pattern Recognition Letters*, vol. 81, pp. 80 – 89, 2016.

[19] C. L. Srinidhi, P. Aparna, and J. Rajan, "Recent Advancements in Retinal Vessel Segmentation," *J. Med. Syst.*, vol. 41, pp. 1–22, 2017.

[20] E. Felipe-Riveron and N. Garcia-Guimeras, "Extraction of blood vessels in ophthalmic color images of human retinas," *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 4225, p. 118, 2006.

[21] F. Zana and J. C. Klein, "Segmentation of vessel-like patterns using mathematical morphology and curvature evaluation," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, pp. 1010–1019, 2001.

[22] S. Wang, Y. Yin, G. Cao, B. Wei, Y. Zheng, and G. Yang, "Hierarchical retinal blood vessel segmentation based on feature and ensemble learning," *Neurocomputing*, vol. 149, pp. 708 – 717, 2015.

[23] M. B. Abdallah, J. Malek, A. T. Azar, P. Montesinos, H. Belmabrouk, J. E. Monreal, and K. Krissian, "Automatic Extraction of Blood Vessels in the Retinal Vascular Tree Using Multiscale Medialness," *Journal of Biomedical Imaging*, vol. 2015, pp. 1:1–1:1, 2015.

[24] T. Mapayi, S. Viriri, and J.-R. Tapamo, "Comparative Study of Retinal Vessel Segmentation Based on Global Thresholding Techniques," *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, vol. 2015, pp. 1–15, 2015.

[25] L. Guigues, J. P. Cocquerez, and H. Le Men, "Scale-Sets Image Analysis," *International Journal of Computer Vision*, vol. 68, pp. 289–317, 2006.

[26] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models," *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, pp. 321–331, 1988.

[27] S. Geman and D. Geman, "Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-6, pp. 721–741, 1984.

[28] Y. G. Leclerc, "Constructing simple stable descriptions for image partitioning," *International journal of computer vision*, vol. 3, pp. 73–102, 1989.