

GeoPrO: Geometria Projetiva Orientada com Tratamento de Degenerações*

PEDRO J. DE REZENDE¹
CÉSAR N. GON¹

¹Departamento de Ciência da Computação
IMECC — Caixa Postal 6065
Universidade Estadual de Campinas
13081-970 Campinas, SP, Brasil
{rezende|gon}@dcc.unicamp.br

Abstract. We present an extension to the technique of symbolic perturbation for oriented projective geometry. We describe the implementation of a library based on this technique which consists of geometric primitives sufficient for programming robust geometric algorithms, using exact arithmetic.

1 Introdução

Com a proliferação de algoritmos na literatura de geometria computacional nos últimos 15 anos, surgiu a necessidade de técnicas que permitam a implementação robusta destes algoritmos. Três destas técnicas são aqui abordadas num projeto que visa integrá-las de forma harmoniosa.

Na seção 2 apresentamos conceitos preliminares sobre robustez, na seção 3 descrevemos o projeto GeoPrO, e na seção 4 um visualizador para GeoPrO.

2 Preliminares

O projeto teórico de algoritmos geométricos usualmente pressupõe entradas não degeneradas, precisão numérica ilimitada e omite o tratamento de exceções. Por outro lado, no trabalho de implementação não só se lida com precisão limitada, mas é preciso frequentemente tratar entradas que não satisfazem às condições previstas.

Para garantir a corretude de um algoritmo, o implementador deve contornar uma série de singularidades causadas, em primeiro lugar, pelas limitações do modelo geométrico utilizado, e precisa tratar de maneira consistente os casos degenerados intrínsecos ao problema geométrico e ao algoritmo em questão. Além disso, a robustez do algoritmo estará ameaçada por problemas de precisão numérica, cuja análise mostra-se bastante custosa e particular para cada algoritmo.

Modelo Geométrico

A utilização de coordenadas homogêneas não sinaladas para o plano, como uma tentativa de extensão do espaço euclidiano para tratamento geral das limitações implícitas a este modelo geométrico, leva à geometria projetiva clássica e permite a simplificação de fórmulas, redução do número de casos particulares, unificação e extensão de conceitos e a utilização de dualização como ferramenta poderosa para projeto de algoritmos geométricos.

*Pesquisa desenvolvida com suporte financeiro parcial de: Capes, CNPq, CNPq/ProTeM-CC — projeto GEOTEC, e Fapesp.

Alternativamente, pode-se utilizar a geometria projetiva orientada [Sto91] que permite o tratamento consistente de linhas e planos orientados, ângulos com sinal, segmentos, direções, conjuntos convexos e muitos outros conceitos que a geometria projetiva clássica não suporta em toda generalidade.

Perturbação Simbólica

Superadas restrições devidas ao modelo geométrico, o projeto de um algoritmo que resolve determinado problema deve ainda tratar de maneira consistente os casos degenerados intrínsecos ao problema ou ao próprio algoritmo. O projeto teórico de algoritmos em geometria computacional tipicamente assume certas hipóteses sobre a entrada, como, por exemplo, que ela está em posição geral. O tratamento dos casos que violam estas hipóteses é tedioso e intrincado. Mesmo quando estes casos são abordados durante a discussão teórica do algoritmo, resta ainda uma tarefa não trivial ao implementador.

Métodos baseados na simulação de uma perturbação conceitual dos dados de entrada têm sido tema de trabalhos recentes na área de geometria computacional [EM90, EC92]. Essa perturbação infinitesimal tem por função eliminar os casos degenerados, fazendo com que qualquer algoritmo projetado sob a hipótese de uma entrada não degenerada funcione para instâncias arbitrárias. Desse modo, essas técnicas eliminam a necessidade de lidar com casos degenerados de maneira particular. Um estudo detalhado das diferenças entre as diversas abordagens para perturbação simbólica pode ser encontrado em [Sei95].

Aritmética Exata

A utilização da geometria projetiva orientada e de técnicas de perturbação simbólica para eliminação de casos degenerados asseguram uma considerável simplificação na implementação dos algoritmos geométricos, que aliada a utilização de aritmética exata [Yap93, Yap94, FW93] garante a robustez necessária para aplicações que realmente urgem por respostas exatas.

3 GeoPrO

O objetivo do projeto GeoPrO é a integração consistente e harmoniosa entre geometria projetiva orientada, perturbação simbólica para tratamento de casos degenerados e aritmética exata, dentro de uma perspectiva voltada para o projeto e implementação de algoritmos em geometria computacional.

Estamos produzindo uma biblioteca de primitivas geométricas, denominada BibGeoPrO, para produção de algoritmos geométricos sobre o plano projetivo orientado, utilizando perturbação simbólica para tratamento geral dos casos degenerados e aritmética exata para garantir robustez às operações efetuadas.

BibGeoPrO é a implementação de um conjunto mínimo de objetos geométricos básicos (pontos, retas, segmentos, círculos e polígonos), visando prover ao programador um nível de abstração suficientemente elevado para permitir um melhor aproveitamento do esforço de programação.

As principais características desta biblioteca são:

- BibGeoPrO é implementada por uma família de classes C++, podendo ser utilizada praticamente com qualquer compilador C++ (por exemplo, Sun, Gnu, AIX e HP-UX).
- Os objetos básicos possuem uma especificação consistente e suficientemente abstrata para permitir que a utilização funcional de um objeto independa dos detalhes internos de sua implementação.
- Os objetos são hierarquizados de forma a permitir que derivações e *templates* estendam e especializem a biblioteca de acordo com as necessidades do usuário.

A biblioteca BibGeoPrO estará disponível via ftp anônimo, podendo ser utilizada livremente para ensino e pesquisa. Uma descrição completa da biblioteca pode ser encontrada em [Gon95].

4 Visualizador

O modelo esférico do plano projetivo orientado T^2 facilita a visualização da sua topologia e de suas propriedades geométricas, principalmente em relação aos pontos no infinito. Além disso, é uma ferramenta visual para auxiliar na interpretação de problemas e na derivação de algoritmos. Um visualizador para o plano projetivo orientado está em fase final de implementação e seu objetivo é produzir uma interface gráfica que permita a visualização dos objetos básicos tratados pelos algoritmos geométricos (pontos, retas, segmentos, polígonos, etc.) representados segundo o modelo esférico.

A implementação está sendo feita sobre a plataforma IRIS Silicon Graphics, podendo ser portada para qualquer plataforma que suporte *OpenGL* e *X Window*. Este visualizador também estará disponível via ftp anônimo.

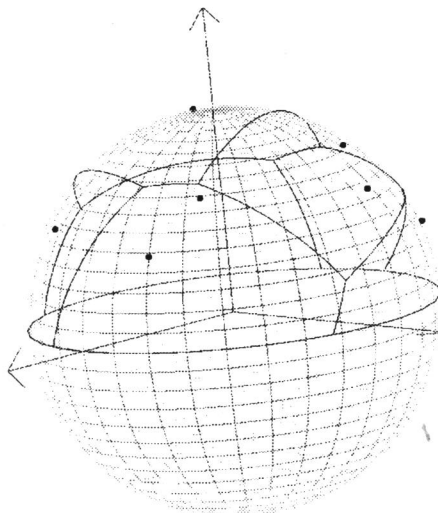


Figura 1: Um diagrama de Voronoi no modelo esférico

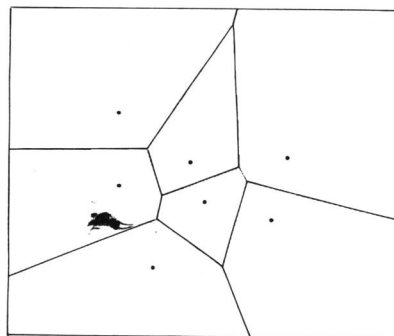


Figura 2: O correspondente diagrama no plano

Referências

- [EC92] Ioannis Z. Emiris e John F. Canny. An efficient approach to removing geometric degeneracies. *Proc. 8th ACM Symp. Computational Geometry*, pp. 74–82, June de 1992.
- [EM90] Herbert Edelsbrunner e Ernst Peter Mücke. Simulation of simplicity: A technique to cope with degenerate cases in geometric algorithms. *ACM Transactions on Graphics*, 9(1):66–104, 1990.
- [FW93] Steven Fortune e Christopher Van Wyk. Efficient exact arithmetic for computational geometry. *ACM Symp. on Computational Geometry*, 9:163–172, 1993.
- [Gon95] César N. Gon. Computação exata em geometria projetiva orientada e tratamento de degenerações. Tese de Mestrado, em andamento, DCC - IMECC - UNICAMP, 1995.
- [Sei95] Raimund Seidel. The nature and meaning of perturbation in geometric computing. 1995.
- [Sto91] Jorge Stolfi. *Oriented projective geometry: a framework for geometric computations*. Academic Press, Inc., 1st. edição, 1991.
- [Yap93] Chee Yap. Towards exact geometric computation. *Fifth Canadian Conference on Computational Geometry*, pp. 405–419, August de 1993.
- [Yap94] Chee Yap. The exact computation paradigm. *Preprint*, August de 1994.