Reconstrução de terrenos com triangulações dependentes dos dados

ANDRÉ MACHADO DE MATOS
MARCELO GATTASS
LUIZ HENRIQUE DE FIGUEIREDO

ICAD– Laboratório de CAD Inteligente, PUC-Rio
Rua Marquês de São Vicente 225, 22453-900 Rio de Janeiro, RJ, Brasil
(amatos,gattass,lhf)@icad.puc-rio.br

Abstract Geographic Information Systems need to generate an interpolating surface to a set data points in the xy plane and corresponding data values, taken from topographic regions. This surface can be a piecewise linear surface associated to a triangulation of the sample points. The well known Delaunay triangulation does not take into account the data values, only the xy coordinates. The goal of this project is to analyze existing algorithms for data dependent triangulations and propose a new algorithm specific for geographic information systems.

1. Introdução

Sistemas de geoprocessamento e aplicações em engenharia civil necessitam de algoritmos para reconstrução de terrenos a partir de pontos amostrais $P_i=(x_i\ ,\ y_i\ ,\ z_i\ )$. Esses pontos podem ser pontos arbitrariamente localizados no plano xy, ou podem pertencer a um número de curvas de nível. Diversos modelos podem ser utilizados para essa reconstrução [Petrie-Kennie (1987)]. Neste trabalho vamos abordar modelos baseados em triangulações. Dada uma triangulação do fecho convexo C dos pontos $p_i = (x_i\, , y_i)$, podemos gerar uma superfície de aproximação linear por partes adicionando-se a altura z_i aos vértices dos triângulos. Essa superfície vai depender então da triangulação utilizada no plano xy.

2.Triangulação dependente dos dados

Embora a triangulação de Delaunay apresente propriedades desejáveis [Bowyer (1981), Dyn-Levyn-Rippa (1990)], essa triangulação não leva em consideração a altura z_i em cada ponto, ou seja, ignora características da superfície sendo aproximada. Por exemplo, em regiões onde o terreno tiver uma curvatura alta em uma das direções, pode ser desejável um triângulo longo e fino, com o menor lado na direção dessa curvatura. Quando os dados de entrada forem obtidos de curvas de nível, a triangulação de Delaunay pode transformar um pequeno vale em uma crista.

Algoritmos para triangulação que dependem da altura em cada ponto foram apresentados por Dyn, Levyn e Rippa (1990) e por Brown (1991). Esses algoritmos associam a cada triangulação T do fecho convexo C uma função de custo $\mathbf{c}(T)$, que leva em consideração às alturas. Essa função de custo define uma ordenação de todas as triangulações possíveis; a triangulação que procuramos é a de menor custo. As funções de custo serão discutidas mais adiante.

Note-se que a cada aresta e interna a uma triangulação T está associado um quadrilátero Q formado pelos dois triângulos adjacentes a e. Se Q for estritamente convexo, podemos obter uma nova triangulação T' substituindo e em T pela outra diagonal e' de Q. Uma aresta e é dita localmente ótima se o quadrilátero Q não for estritamente convexo, ou se ao trocarmos e por e' , obtemos $\mathbf{c}(T') \geq \mathbf{c}(T)$. Uma triangulação T é dita localmente ótima se todas as arestas de T são localmente ótimas. Note que isto não significa que T seja a triangulação de menor custo entre todas as possíveis triangulações, apenas que o custo atinge um mínimo local em T.

Para achar a triangulação localmente ótima, usamos o algoritmo de otimização local de Lawson (1977). Começamos com uma triangulação $T = T^0$. Para cada aresta e interna a T que não for localmente ótima, trocamos pela outra diagonal e' do quadrilátero. Repetimos essa operação até que todas as arestas sejam localmente ótimas.

Este algoritmo tem que terminar pois existe um número finito de triangulações para C. Como triangulação inicial T^0, usaremos a triangulação de Delaunay, que apresenta boas propriedades.

3. Triangulação com restrições

Em sistemas de geoprocessamento, é desejável podermos adicionar restrições à triangulação produzida pelo algoritmo, ou seja, podermos exigir que determinadas arestas façam parte de qualquer triangulação. Estas arestas podem, por exemplo, representar um rio. Assim evitamos que um triângulo tenha dois vértices em margens opostas do rio. Podem também representar falhas no terreno, ou outras características do terreno como o fundo de um vale [Petri-Kennie (1987)].

Um dos objetivos deste trabalho é a generalização do algoritmo apresentado acima para triangulação com restrições. Modificamos a triangulação inicial T^0 para uma triangulação de Delaunay com restrições [De Floriani-Puppo (1992)]. Acrescentamos um parâmetro na estrutura de dados que indica se uma resta pode ou não ser trocada pela outra diagonal. Assim, trocamos apenas as arestas que não estavam inicialmente restritas.

4. Determinação das funções de custo

Várias funções de custo $\mathbf{c}(T)$ são apresentadas por Dyn, Levyn e Rippa (1990) e por Brown (1991), bem como os erros médios da aproximação de algumas superfícies usando as diferentes funções. Dyn, Levyn e Rippa associam a cada aresta e interna a T, uma função de custo $\mathbf{c}(e)$. Assim $\mathbf{c}(T)$ pode ser definida como a soma de todos os $\mathbf{c}(e)$, ou a soma de todos $|\mathbf{c}(e)|^2$. Uma das funções de custo apresentadas por Dyn, Levyn e Rippa define $\mathbf{c}(e)$ como o ângulo entre as normais das duas faces adjacentes a e. Essa função de custo é chamada de ABN (*angle between normals*). A função ABN é definida de modo a aproximar a superfície linear por partes a uma superfície C^1. Brown (1991) associa a cada vértice v de T uma função de custo $\mathbf{c}(v)$. Seja n_i o vetor normal a cada um dos triangulos que tem v como vértice, e seja n a média de todos os vetores n_i, a função de custo $\mathbf{c}(v)$ é definida como a soma dos ângulos entre cada n_i e n. A função $\mathbf{c}(T)$ é a soma de todos os $\mathbf{c}(v)$ e a superfície linear por partes tende a aproximar uma superfície de menor curvatura.

As funções de custo apresentadas por Dyn, Levyn e Rippa (1990) e por Brown (1991), tem por objetivo gerar uma aproximação que minimize o erro médio absoluto e seja visualmente agradável. Para o problema de reconstrução de terrenos, queremos também que as principais características do terreno, como picos, buracos, cristas, e vales [Kweon-Knade (1993)], sejam bem representadas. Quando os dados de entrada são obtidos de curvas de nível e o espaçamento dessas curvas não for adequado, certas triangulações não representarão corretamente essas características. Para minimizar a ocorrência desses casos, utilizaremos o algoritmo de Kweon e Knade (1993) para localização de picos, buracos, vales e cristas. Uma vez conhecidas as localizações dessas características, podemos construir a triangulação adicionando-se restrições e utilizando-se funções de custo aproriadas para cada uma delas. Desse modo esperamos gerar uma boa representação da maior parte das características do terreno.

5. Metodologia

Implementamos os algoritmos sugeridos por Dyn, Levyn e Rippa (1990) e estamos testando sua eficiência, uma vez que teremos que tratar com uma grande quantidade de pontos. Estamos também testando as funções de custo por eles sugeridas. Já podemos perceber que a função ABN resolve alguns dos problemas causados pela triangulação de Delaunay quando os dados de entrada pertencem a curvas de nível. A seguir, modificaremos o algoritmo para que funcione com restrições. Implementaremos então o algoritmo para localização automática de picos, buracos, cristas e vales. Testaremos novas funções de custo, analizando como podem ser utilizadas para melhor representar cada característica dos terrenos.

6. Conclusão

Generalizando os algoritmos apresentados por Dyn, Levyn e Rippa (1990) e por Brown (1991) para produzir triangulações com restrições, e determinando funções de custo que levem em conta as restrições e que sejam apropriadas para dados topográficos, esperamos produzir uma triangulação do plano cuja superficie linear por partes associada seja na prática uma boa aproximação de regiões topográficas.

Agradecimentos: Este trabalho teve suporte parcial do projeto temático do CNPq GEOTEC - Geoprocessamento: Sistemas e Técnicas.

Referências

A. Bowner, "Computing Dirichlet tesselations", *The Computer Journal* **24** (1991) 162–166.

N. Dyn, D. Levyn, S. Rippa, "Data dependent triangulations for piecewise linear interpolation", *IMA J. Num. Anal.* **10** (1990) 137–154.

J. Brown, "Vertex based data dependent triangulations", *Computer Aided Geometric Design* **8** (1991) 239–251.

De Floriani, E. Puppo, "An On-Line Algorithm for Constrained Delaunay Triangulation", *CVGIP: Graphical Models and Image Processing* **54** (1992) 290-300.

G. Petrie, T. J. M. Kennie, "Terrain modelling in surveying and civil engineering", *Computer Aided Design* **19** (1987) 171-187

I. S. Kweon, T. Kanade, "Extracting Topographic Terrrain Features from Elevation Maps", *CVGIP: Image Understanding* **59** (1994) 171-182

C. L. Lawson, "Software for C^1 surface interpolation", in: J.R. Rice. ed., *Mathematical Software III*, Academic Press, New York, 161–172.