

# Segmentação/Reconstrução de Imagens de Profundidade

## Associando Detecção de Bordas e Agrupamento.

OLGA R. P. BELLON<sup>1</sup>  
JOSÉ E. C. CASTANHO<sup>2</sup>  
CLÉSIO L. TOZZI<sup>3</sup>

<sup>1</sup>UFPR - Dept. de Informática. Cx. Postal 19081  
81531-970 Curitiba, PR.  
email: olga@inf.ufpr.br

<sup>2</sup>UNESP-Faculdade de Eng. e Tecnologia, Dep. de Eng. Elétrica  
Caixa Postal 473, 17033-360, Bauru, SP.  
email: castanho@dca.fee.unicamp.br

<sup>3</sup>UNICAMP-Faculdade de Eng. Elétrica, Dep. de Engenharia de Computação e Automação  
Caixa Postal 6101, 13081-970, Campinas, SP.  
email: clesio@dca.fee.unicamp.br

**Abstract.** In the last years, range sensor technology has been greatly enhanced enabling range images to be more used in computer vision applications. The explicit presence of the range information eliminates the need for processing the image with the objective of extracting 3D information, which is usual with intensity image. Although, other questions remain such as segmentation and reconstruction. The main techniques used to solve the segmentation/reconstruction problem in range image are region growing, split and merge, and clustering. Region growing and split-and-merge algorithms present the problem that they have to deal with threshold values that are difficult to obtain. Clustering algorithms suffer less influence of this kind of problem, although other problems exist. A segmentation/reconstruction technique based on the clustering approach is presented to approximate regions of a range image by planes. The main goal is to reconstruct the image with a minimum error and with simplicity. The association with techniques of range edge detection is proposed to minimize problems of the clustering techniques. Some reconstruction results using simulated images are presented.

**Keywords:** Range Image, Range Image Segmentation, Reconstruction, Clustering, Edge Detection, Plane Fitting.

### 1. Introdução.

Nos últimos vinte e cinco anos as imagens de intensidade luminosa têm atraído muito mais atenção do que qualquer outro tipo de imagem, em parte pela qualidade e disponibilidade dos equipamentos desenvolvidos para sua obtenção. No entanto, estas imagens têm como grande limitação a falta de informação tridimensional (3D) explícita sobre a cena observada, o que prejudica a sua interpretação. Isto fez com que diversos métodos para obtenção desta informação fossem desenvolvidos para imagens de intensidade luminosa, entre eles: estéreo-visão, *shape from shading*, etc... ([2], [3]).

Paralelamente, diversos outros tipos de sensores têm apresentado melhoramentos significativos ao longo dos últimos anos, em particular os sensores de profundidade ([6], [7], [9], [15]). As imagens geradas por estes sensores fornecem a informação 3D diretamente, eliminando-se este problema quando do seu processamento. No entanto, outras questões são mantidas, tais como segmentação e reconstrução.

A segmentação de imagens de profundidade (*range image*, [6], [15]) pode ser definida como o processo de particionar uma imagem em segmentos significativos que correspondam a objetos, partes de objetos, ou grupos de objetos da cena observada. Neste contexto, o processo de reconstrução pode ser definido

como o processo de obtenção de uma descrição da imagem com base em seus segmentos significativos identificados.

O problema da segmentação/reconstrução de imagens de profundidade é definido por Besl&Jain em [5] como:

"Dada uma superfície digital, denominada  $\tilde{g}(i, j)$  e especificada por seus valores  $Z_{ij}$ , encontrar  $K$  funções de aproximação  $\hat{f}_l(x, y)$  e  $K$  regiões  $\hat{R}_l$  da imagem sobre a qual estas funções são avaliadas, de modo que o erro total de representação da imagem

$$\varepsilon_{tot} = \left\| \tilde{g}(i, j) - \hat{g}(x(i), y(j)) \right\|_I \quad (1.1)$$

entre a imagem reconstruída

$$\hat{g}(x, y) = \sum_{l=1}^K \hat{f}_l(x, y) \chi(x, y, \hat{R}_l), \quad (1.2)$$

avaliada nos pontos  $(x(i), y(j))$  e os dados  $\tilde{g}(i, j)$  é pequeno, e o número total de funções e regiões  $K$  também é pequeno, onde  $\chi$  é uma função característica que assume valor 1 se o ponto  $(x, y)$  pertence à região  $\hat{R}_l$  e zero caso contrário."

Existem três técnicas principais que podem ser utilizadas para solucionar a segmentação/reconstrução de imagens: crescimento de regiões (*region growing*) [5], [18], divisão-e-união (*split-and-merge*) [13], [21], e agrupamento (*clustering*) [8], [10], [11], [12], [16], [20].

A dificuldade encontrada nos algoritmos que utilizam crescimento de regiões e divisão-e-união é a necessidade de se definir valores rígidos de limiar, normalmente de difícil obtenção. Os algoritmos que utilizam agrupamento são mais independentes em relação a este tipo de problema.

A segmentação de imagens por agrupamento baseia-se na formação de grupos de pixels de acordo com a similaridade de suas características observadas. O objetivo desta técnica [11], [12] é tentar agrupar os elementos de um conjunto (no caso, pixels de uma imagem) de modo que aqueles que têm uma relação natural uns com os outros sejam colocados num mesmo grupo, e os que estejam em grupos distintos apresentem alguma diferença. Como a similaridade entre os pixels é calculada pela comparação de suas características, organizadas na forma de vetores, o uso

de algoritmos de agrupamento a partir de vetores de características de grande dimensão tem um custo computacional muito grande. Assim, a seleção de características apropriadas, que devem ser em pequeno número e com alto grau discriminatório, é uma etapa muito importante no processo de agrupamento e é dependente da aplicação [16].

Embora a segmentação de imagens por agrupamento tenha vantagens em relação às técnicas mencionadas anteriormente, algumas limitações também são observadas, por exemplo, a obtenção de uma boa estimativa inicial sobre o número de regiões desejadas; a verificação da conexão entre regiões; e a atualização do número de regiões com base nos resultados obtidos.

Neste trabalho adota-se o uso da técnica de agrupamento para solucionar o problema da segmentação/reconstrução de imagens de profundidade e, para superar as deficiências desta técnica, propõe-se sua associação com técnicas de detecção de bordas.

A detecção de bordas em imagens de profundidade [8], [14], [17], [22], [23] gera uma descrição de mais alto nível da cena do que em imagens de intensidade luminosa, porque a informação tridimensional (3D) explícita contida nas imagens de profundidade permite a identificação de diversos tipos de bordas [14]: profundidade (*depth edge*), orientação (*roof edge*) e suave (*smooth edge*). Devido a esta característica, a identificação de bordas em imagens de profundidade fornece informações adicionais para a determinação da representação ou modelo de objetos. Além dessa vantagem, a detecção de bordas é associada à técnica de agrupamento por mais três razões: 1) fornece uma indicação inicial coerente sobre o número de regiões da imagem; 2) simplifica o processo de análise de conectividade entre as regiões; 3) permite eliminar o efeito dos pixels de borda e reduzir o erro de reconstrução, no qual se baseiam o processo de atualização do número de regiões e a medida de qualidade da imagem.

Este trabalho é uma das etapas de um processo maior, que inclui também criar uma representação poliédrica para as regiões da imagem, e reduzir a quantidade de informação necessária para reconstruí-la. O objetivo principal é, dada uma imagem de profundidade, segmentá-la em regiões que possam ser aproximadas por planos, de modo que a imagem possa ser reconstruída com pequeno erro.

A seção 2 apresenta uma breve revisão de trabalhos relacionados ao tema em questão. A seção 3 trata do método desenvolvido. Na seção 4, são apresentados os resultados experimentais. Na seção 5, são colocadas as conclusões, seguidas das referências bibliográficas na seção 6.

## 2 Trabalhos relacionados.

Nesta seção, apresenta-se um breve resumo sobre alguns trabalhos relacionados ao problema da segmentação/reconstrução em imagens de profundidade encontrados na literatura.

Bhandarkar&Sielbert [8] associam informações de superfícies e de bordas para criar uma representação para imagens de profundidade contendo apenas objetos poliédricos. Eles aplicam um algoritmo de agrupamento à imagem original e, depois que os grupos são gerados, as bordas são detectadas por uma operação de *scan-line* que toma os pixels de interseção entre grupos como pixels de borda. As informações destas bordas, tais como *end-points*, são refinadas utilizando-se a interseção das superfícies (planos) identificadas. O trabalho de Bhandarkar&Sielbert é limitado a objetos poliédricos, e a qualidade de seus resultados é medida apenas em relação às coordenadas 3D determinadas para os vértices do objeto.

Besl&Jain [5] solucionam o problema de segmentação/reconstrução de imagens de profundidade em três etapas principais. Inicialmente, geram uma imagem segmentada (mapa KH) baseada nos valores da curvatura Gaussiana (K) e da curvatura média (H) da imagem de profundidade original. Estas regiões sofrem um processo de erosão e dão origem a regiões-sementes. Isto é feito com o objetivo de minimizar o efeito dos pixels de borda, que têm valores inconsistentes em relação às regiões por eles delimitadas, nas etapas posteriores. Os pixels componentes destas regiões-sementes passam por uma adequação (*fitting*) de superfícies de ordem variável crescente (primeiro a quarto grau), onde a função mais adequada à região-semente é utilizada em seguida num processo de crescimento de regiões. Embora os resultados obtidos por Besl&Jain sejam de boa qualidade, os processos de adequação de superfícies e de crescimento de regiões são muito dependentes de valores de limiar, que são determinados empiricamente.

Yokoya&Levine [23], como Besl&Jain, usam conceitos de geometria diferencial para criar um mapa de superfície tipo KH, ver [4]. Eles fazem uma combinação deste mapa com outros dois mapas de bordas; um com as bordas de profundidade, e outro com bordas de orientação. A representação final do trabalho de Yokoya&Levine é em termos dos oito tipos de superfícies definidos por Besl&Jain em [4]. Esta representação não fornece diretamente informação suficiente para a reconstrução de superfícies, apenas gera segmentos para a imagem. A principal

contribuição deste trabalho é mostrar que a adição de informações de borda melhora a qualidade da segmentação por análise de curvaturas.

Da análise de Abdelmalek [1] sobre o erro nos valores calculados para as curvaturas K e H verifica-se que estas características não são apropriadas quando o interesse é a identificação de planos em imagens. O problema maior está na determinação dos sinais para os valores de K e H nas regiões planares (teoricamente, estes valores devem ser iguais a zero para planos), que são muito dependentes de valores de limiar determinados empiricamente.

O trabalho de Taylor et al. [21] tem como objetivo aproximar uma dada superfície por um conjunto de regiões planares. Eles utilizam um processo de *split-and-merge* baseado nos parâmetros ( $\rho, \theta, d$ ) de orientação do plano mais adequado a cada pixel, calculados segundo uma vizinhança 3x3. Inicialmente, as divisões são baseadas apenas nos ângulos de orientação, segundo um valor de limiar previamente definido. Assim que uma região homogênea em relação aos ângulos é encontrada, avalia-se sua coerência espacial pelos valores de profundidade. A união é realizada em etapas sucessivas, onde o critério de limiar é relaxado em cada uma delas. Embora seja um processo rápido e direto, os resultados experimentais mostram que existe muita fragmentação das regiões, principalmente nas bordas, apesar da relaxação do valor de limiar na etapa de união.

## 3. A solução proposta.

### 3.1. Idéia geral.

Inicialmente, realiza-se na imagem um processo de detecção de bordas de profundidade por um operador de borda padrão (e.g., Sobel). Em seguida, calcula-se a normal a cada pixel, usando-se as coordenadas dos pixels vizinhos pertencentes a uma janela 3x3 centrada no pixel, e desprezando-se o efeito daqueles pixels pertencentes às bordas detectadas. De posse destas normais, identifica-se os pixels de borda de orientação, que são aqueles onde existe uma variação significativa na orientação de sua normal em relação às normais de seus vizinhos. Uma vez gerado o mapa de bordas, calcula-se o erro de aproximação ( $\epsilon_a$ ) das normais obtidas para cada pixel da imagem e um erro global de aproximação ( $\epsilon_{ga}$ ) para toda a imagem, que representa a média dos erros de aproximação, desconsiderando-se o efeito dos pixels de borda. Este erro de aproximação nos valores calculados para as normais irá servir como medida da qualidade da segmentação/reconstrução obtida. Neste ponto, o algoritmo de agrupamento é aplicado, utilizando-se como características as

componentes da normal a cada pixel. O número  $K$  inicial de regiões esperadas deve ser fornecido ao algoritmo, e é escolhido com base no mapa de bordas. Depois da convergência, o resultado obtido é uma imagem composta por  $K$  regiões e os coeficientes da equação do plano mais adequado a cada região. Com esta informação, o erro de reconstrução da imagem é avaliado, com base no erro de aproximação de cada segmento. Assim, o número inicial de grupos pode ser aumentado em função do erro de reconstrução obtido. Uma vez atestada a qualidade da segmentação/reconstrução, a próxima etapa é criar uma representação de maior nível de abstração para as regiões identificadas. As informações de borda vão atuar nesta etapa como um parâmetro de realimentação, usado para o refinamento dos limites entre regiões vizinhas.

As principais etapas do método desenvolvido são descritas mais detalhadamente a seguir.

### 3.2. Detecção de bordas e cálculo das normais.

Dois tipos diferentes de bordas são identificadas: bordas de orientação e bordas de profundidade. As bordas de profundidade são aquelas onde se detecta uma descontinuidade significativa nos valores de profundidade entre pixels vizinhos. As bordas de orientação são formadas por pixels onde se verifica uma variação significativa na orientação de sua normal em relação às normais de seus pixels vizinhos.

Para se identificar os pixels componentes das bordas de profundidade, pode-se utilizar um operador de borda padrão, tal como Sobel. No entanto, as bordas de orientação exigem um processo mais complexo para sua identificação. No caso, a abordagem usada foi calcular a normal a cada pixel e, a partir destes dados, identificar as bordas de orientação pela variação dos ângulos de orientação das normais.

A normal a cada pixel é calculada de acordo com o método dos mínimos quadrados [19], desprezando-se nesse cálculo o efeito dos pixels de bordas de profundidade incluídos na janela  $3 \times 3$ , de forma a reduzir efeitos espúrios.

O ângulo que mede a variação da normal entre um pixel e seus vizinhos é dado pelo maior valor de variação de sua normal em relação às de seus vizinhos, calculados através do produto escalar dos vetores normais. Quando este ângulo for maior do que o limiar estipulado, considera-se que este pixel faz parte de uma borda de orientação.

Uma vez que as bordas de profundidade e orientação foram detectadas, cria-se um mapa de bordas (bordas de orientação+bordas de profundidade) a partir do qual será estimado o número inicial de regiões que é fornecido ao programa de agrupamento.

### 3.3. Cálculo do erro de aproximação.

O cálculo da normal a cada pixel, com base numa janela  $3 \times 3$ , gera um erro devido à aproximação da vizinhança do pixel por um plano. Este erro, denominado aqui erro de aproximação, pode ser estimado para cada pixel  $p$  da imagem, considerando-se uma vizinhança  $v$  pela seguinte equação:

$$\varepsilon_a^2(p) = \frac{1}{n_e} \sum_{i \in v} (d_p - a_p x_i - b_p y_i - c_p z_i)^2 \quad (3.1)$$

onde  $a_p$ ,  $b_p$ ,  $c_p$ , e  $d_p$  são os coeficientes do plano que passa pelo pixel  $p$ ,  $(x_i, y_i, z_i)$  são as coordenadas 3D dos pixels que compõem a vizinhança do pixel, e  $n_e$  é o número de pixels que contribuíram efetivamente (desconsiderando os pixels de borda) para o cálculo da normal no ponto  $p$ .

O erro de aproximação global da imagem é a média dos erros de aproximação de cada pixel (desconsiderando os pixels de borda), e é dado por:

$$\varepsilon_{ag}^2 = \frac{1}{n - n_b} \sum \varepsilon_a^2(p) \quad (3.2)$$

onde  $n$  é o número total de pixels da imagem, e  $n_b$  é o número de pixels de borda.

O erro de aproximação vai servir como parâmetro para a medida de qualidade dos processos seguintes, pois as componentes das normais, utilizadas como características de entrada, carregam este erro para a etapa de agrupamento. Por exemplo, em imagens ruidosas o erro de aproximação deve ser maior do que o obtido para uma imagem sem ruído, e o erro de reconstrução obtido, não pode ser atribuído somente ao processo de segmentação, mas também à qualidade da imagem.

### 3.4. Agrupamento.

O conceito básico do algoritmo de agrupamento utilizado, ver Dubes&Jain em [11], é descrito a seguir.

Seja o  $i$ -ésimo componente,  $i=1, \dots, n$ , de um conjunto de dados sob estudo dado por

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})^T \quad (3.3)$$

e  $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})^T$  seu vetor de características, onde  $N$  define o número de características utilizadas.

O número de componentes do conjunto,  $n$ , é assumido como sendo significativamente maior do que o número de características  $N$ .

Um agrupamento é uma partição  $[C_1, C_2, \dots, C_K]$  que atribui a cada componente do conjunto um único rótulo de grupo.

Os componentes do grupo  $C_k$  formam o  $k$ -ésimo grupo, cujo centro é:

$$c_k = (c_{k1}, c_{k2}, \dots, c_{kN})^T \quad (3.4)$$

onde

$$c_{kj} = \frac{1}{M_k} \sum_{i \in C_k} x_{ij} \quad (3.5)$$

e  $M_k$  é o número de componentes no  $k$ -ésimo grupo. Assim, o centro do grupo é o seu centróide.

O erro quadrático para o  $k$ -ésimo grupo é:

$$e_k^2 = \sum_{i \in C_k} (x_i - c_k)^T (x_i - c_k) \quad (3.6)$$

e o erro quadrático para o agrupamento é:

$$E_K^2 = \sum_{k=1}^K e_k^2 \quad (3.7)$$

Assim, os objetivos do processo de agrupamento são: definir, para um dado  $K$ , um agrupamento que minimize  $E_K^2$ , e encontrar um  $K$  satisfatório, muito menor do que  $n$ .

O algoritmo utilizado no método desenvolvido, cujos passos são descritos a seguir, tem como entradas as componentes da normal a cada pixel, altamente discriminatória para superfícies planares, e o número  $K$  inicial de regiões desejadas, determinado a partir do mapa de bordas.

**Algoritmo de agrupamento:**

1. Escolher aleatoriamente  $K$  pixels na imagem, e tomar suas características como sendo os valores dos centros de grupos;

2. Atribuir cada pixel da imagem ao grupo cujo centro é mais próximo;

3. Atualizar os centros de grupos como sendo o valor médio de todos os seus pixels componentes;

4. Repetir 2. e 3. até que o número máximo de iterações tenha sido atingido ou haja convergência.

Após a aplicação do algoritmo de agrupamento, obtém-se uma imagem onde cada pixel possui um rótulo que o relaciona à uma região. Deseja-se que cada uma delas tenha um erro pequeno quando aproximada por um plano. A determinação do plano mais adequado segue o mesmo processo aplicado para o cálculo das normais, minimizando-se o erro quadrático médio. Como resultado obtém-se os coeficientes da normal ao plano que mais se adapta a cada região  $k$  ( $a_k, b_k, c_k$ ).

De posse das equações dos planos, calcula-se o erro de reconstrução global e o erro de reconstrução para cada pixel (imagem de erros) para a imagem segmentada, como definido por Besl nas equações 1.1 e 1.2, e que para o caso de aproximações planares resultam nas equações 3.8 e 3.9.

$$\epsilon_{rg}^2 = \frac{1}{n - n_b} \sum \epsilon_r^2(p) \quad (3.8)$$

$$\epsilon_r^2(p) = \frac{1}{n_e} \sum_{i \in k} (d_k - a_k x_i - b_k y_i - c_k z_i)^2 \quad (3.9)$$

Caso o erro de reconstrução esteja acima do desejado, tomando-se como base o erro de aproximação implícito da imagem (eq. 3.2), o número  $K$  de regiões deve ser aumentado.

**3.5. Representação das superfícies.**

Uma vez que o erro de reconstrução seja inferior ao limite estipulado, a próxima etapa é criar uma representação de maior nível de abstração para o conjunto de regiões segmentadas. Os objetivos desta representação são reduzir a quantidade de informação necessária para reconstruir a imagem e ser mais adequada para uso em outras tarefas, por exemplo, reconhecimento de objetos.

De acordo com a natureza da solução aplicada, optou-se por criar uma representação poliédrica para as superfícies segmentadas. Neste ponto, as informações de bordas anteriormente obtidas são integradas, num processo cooperativo, com os limites das regiões obtidas no agrupamento. Com isso, pretende-se refinar

as bordas detectadas e eliminar possíveis inconsistências, tanto relativas a escolhas de limiares na detecção de bordas quanto na determinação das interseções corretas entre regiões.

A representação final é dada em termos das coordenadas dos vértices que definem o contorno (pontos característicos) de cada região, da equação do plano mais adequado às mesmas, e da informação de conectividade, ou seja, regiões vizinhas e tipo de borda.

#### 4. Resultados experimentais.

Diversas imagens de profundidade, geradas sinteticamente, foram utilizadas nos experimentos realizados. Estas imagens são compostas tanto por objetos poliédricos quanto não poliédricos, e o método desenvolvido apresenta bons resultados em ambos os casos.

Para exemplificar a aplicação do método, apresenta-se no Apêndice A alguns resultados para a imagem de profundidade de uma esfera com e sem ruído.

A figura 4.1 mostra a imagem original. A figura 4.2 mostra o resultado do agrupamento com  $K=10$  e um total de 50 iterações. A figura 4.3. mostra o resultado para  $K=25$  e 50 iterações. A figura 4.4 apresenta o resultado para  $K=10$  e apenas 15 iterações, onde nota-se que as regiões definidas são menos homogêneas (em relação a seus tamanhos e formatos) do que para o caso similar da figura 4.2. O mesmo acontece na figura 4.5, onde o agrupamento é realizado com  $K=25$  e 15 iterações, quando comparada ao resultado da figura 4.3. A figura 4.6 apresenta o resultado do agrupamento para a imagem original adicionada de um ruído gaussiano com média igual a zero e variância igual a 1.

#### 5. Conclusão.

Neste trabalho apresentou-se um método para segmentação/reconstrução de imagens de profundidade que utiliza a técnica de agrupamento associada à detecção de bordas de profundidade e de orientação.

O método desenvolvido tem como principal vantagem combinar detecção de bordas e agrupamento de modo a compensar suas deficiências, criando um processo cooperativo simples que é independente de valores de limiar rígidos.

Representou-se as superfícies componentes das imagens por superfícies planares pois esta representação permite a determinação e o controle do erro de reconstrução/segmentação de maneira direta, além de reduzir a quantidade de informação necessária para se reconstruir a imagem. Além disso, conjuntos de

regiões planares podem ser adequados a superfícies de maior grau, gerando diferentes descrições de interesse a outras aplicações.

Os resultados obtidos mostram a viabilidade do método proposto.

#### 6. Referências.

- [1] N. Abdelmalek, "Algebraic error analysis for surface curvatures and segmentation of 3D images", **Pattern Recognition**, Vol.23, No.8, pp.807-817, 1990.
- [2] J.K.Aggarwal e C.H.Chien, "3-D Structures from 2-D images", **Advances in Machine Vision**, Springer Verlag, New York, 1989.
- [3] D.H.Ballard e C.M.Brown, **Computer Vision**, Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [4] P.J.Besl e R.C.Jain, "Invariant surfaces characteristics for 3D object recognition in range images", **Computer Vision Graphics and Image Processing**, Vol.33, pp.33-80, 1986.
- [5] P.J.Besl e R.C.Jain, "Segmentation through variable-order surface fitting", **IEEE Trans. on PAMI**, Vol.10, No.2, March 1988.
- [6] P.J.Besl, "Active optimal range images", **Advances in Machine Vision**, Springer Verlag, New York, 1989.
- [7] P.J.Besl, **Surfaces in Range Image Understand**, Springer Verlag, New York, 1989.
- [8] S.M.Bhandarkar e A.Siebert, "Integrating edge and surface information for range image segmentation", **Pattern Recognition**, Vol.25, No.9, pp.947-962, 1992.
- [9] J.Beraldin, M.Rioux, F.Blais, L.Cournoyer e J.Domey, "Registered intensity and range image at 10 mega-samples per second", **Optical Engineering**, Vol.31, No.1, January 1992.
- [10] G.B.Coleman e H.C.Andrews, "Image segmentation by clustering", **Proc. of the IEEE**, Vol.67, No.5, May 1979.
- [11] Dubes e R.C.Jain, "Clustering techniques: the user's dilemma", **Pattern Recognition Letters**, Vol.8, pp 247-260, 1976.
- [12] R.O.Duda e P.E.Hart, **Pattern Classification and Scene Analysis**, Wiley, NY, 1971.
- [13] O.D.Faugeras e M.Herbert, "The representation, recognition, and positioning of 3D shapes from range data", **Techniques for 3D Machine Perception**, A.Rosenfeld, Ed.North Holland, Netherlands, pp.13-52, 1987.
- [14] R.Hoffman e A.K.Jain, "Segmentation and classification of range images", **IEEE Trans. on PAMI**, Vol.9, No.5, pp.608-620, June 1987.
- [15] R.Jarvis, "A perspective on range finding techniques for computer vision", **IEEE Trans. on PAMI**, Vol.5, No.2, pp.122-139, March 1983.

- [16] R.Krishnapuram e A.Munshi, "Cluster-based segmentation of range images using differential-geometric features", **Optical Engineering**, Vol.30, No.10, pp.1468-1478, October 1991.
- [17] A.Mitiche e J.K.Aggarwal, "Detection of edges using range information", **IEEE Trans. on PAMI**, Vol.5, No.2, pp.174-178, July 1983.
- [18] T.S.Newman, P.J.Flynn e A.K.Jain, "Model-based classification of quadric surfaces", **CVGIP: Image Understanding**, Vol.58, No.2, pp.235-249, September 1993.
- [19] B.Noble e J.W.Daniel, **Applied Linear Algebra**, Prentice-Hall International Editions, 1988.
- [20] N.R.Pal e S.K.Pal, "A review on image segmentation techniques", **Pattern Recognition**, Vol.26, No.9, pp.1127-1294, 1993.
- [21] R.W.Taylor, M.Savini e A.P.Reeves, "Fast segmentation of range imagery into planar regions", **Computer Vision Graphics and Image Processing**, Vol. 45, pp. 42-60, 1989.
- [22] M.A.Wani e B.G.Batchelor, "Edge region-based segmentation of range images", **IEEE Trans. on PAMI**, Vol.16, No.3, pp.314-319, March 1994.
- [23] N.Yokoya e M.D.Levine, "Range image segmentation based on differential geometry: a hybrid approach", **IEEE Trans. on PAMI**, Vol.11, No.6, pp.643-649, June 1989.

## Apêndice A - Imagens

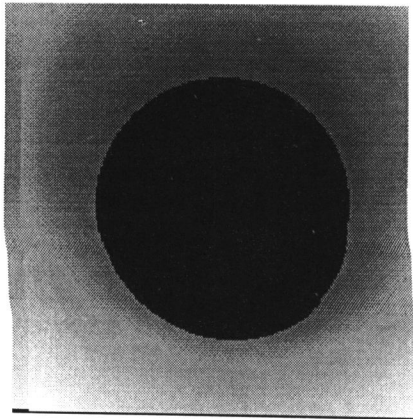
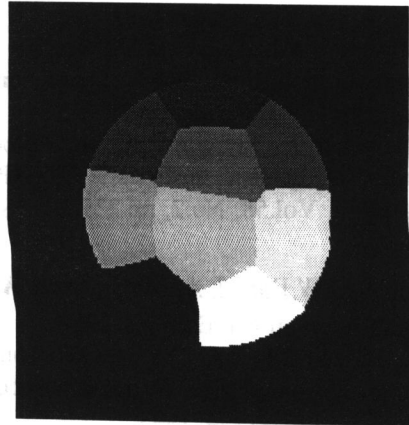
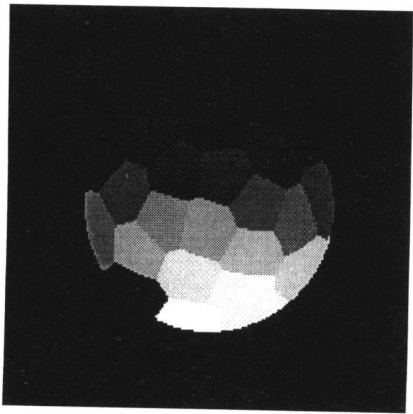
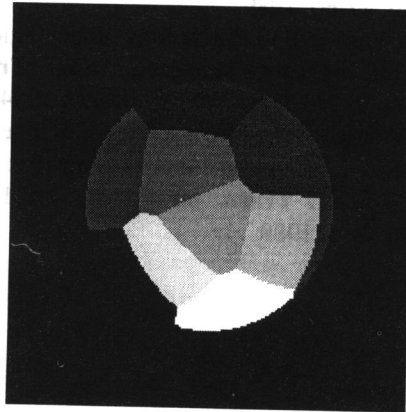
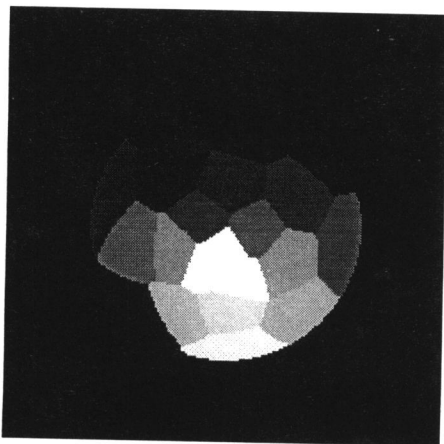
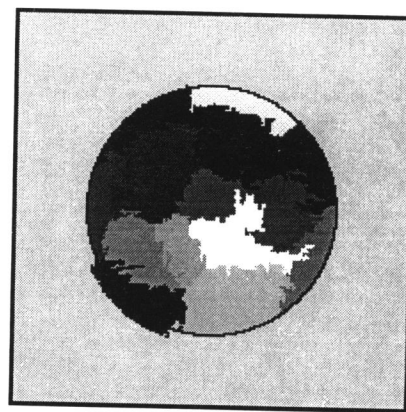


fig4.1 - Imagem original.

fig. 4.2 Agrupamento com  $K=10$  e 50 iterações.fig. 4.3 Agrupamento com  $K=25$  e 50 iterações.fig. 4.4 Agrupamento com  $K=10$  e 15 iterações.fig. 4.5 Agrupamento com  $K=25$  e 15 iterações.fig. 4.6 Agrupamento com  $K=15$  e 50 iterações na imagem original com ruído adicionado.