

Análise Dinâmica Não-Linear Aplicada à Simulação de Movimentos Realísticos

EDUARDO A. PERONDI¹
ROBERTO G. TEIXEIRA²
LUCIANO A. MENDES¹

¹UFRGS-Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica
90050-000 Rua Sarmiento Leite, 425
Porto Alegre RS, Brasil
perondi@darwin.cesup.ufrgs.br

²CESUP-UFRGS
Centro Nacional de Supercomputação
90035-190 Rua Oswaldo Aranha 99
Porto Alegre, RS, Brasil
teixeira@darwin.cesup.ufrgs.br

Abstract. This paper presents a new algorithm for dynamic analysis of nonlinear structural system that makes it possible to automatically simulate, using natural laws (elasticity, plasticity, mass dumping, field forces, collision, etc.), the *true motion* of such systems. The computer program is based on a rigid body spring model and takes into account physical and geometrical nonlinearities. Some results as a waving flag and a soft falling ball.

Introdução

Dentre as várias técnicas de animação por computador hoje disponíveis, aborda-se neste trabalho a técnica genericamente conhecida como *Dynamics* ou *TrueMotion*, que tem por objetivo simular o movimento de objetos de forma natural, ou seja, de maneira coerente com a realidade. Para isso, deve-se atribuir propriedades físicas aos objetos e levar em consideração as leis que regem a mecânica dos sólidos.

Dada à complexidade normalmente envolvida nesse tipo de simulação, é difícil encontrar justificativas econômicas para empregar os *softwares* de uso tradicional na Engenharia (que se baseiam normalmente no método de elementos finitos), em problemas de animação gráfica que tenham como único objetivo o efeito visual.

Diante da vasta bibliografia referente às técnicas existentes para a solução deste problema, deve-se salientar que o método aqui apresentado se diferencia pelo fato de possibilitar o estudo de objetos flexíveis (elásticos e plásticos) valendo-se de um modelo a parâmetros físicos concentrados, ou seja, massas, amortecedores e molas à torção, flexão e tração/compressão. Isto permite uma alta performance computacional na análise.

Matematicamente, o resultado de uma simulação fisicamente coerente é obtido da solução de um sistema de equações diferenciais parciais que pode ser linear ou não-linear. Tais sistemas não possuem solução analítica

fechada, exceto para casos muito simples. Sob a ótica da Engenharia, os objetos flexíveis em estado de movimento são vistos como sistemas estruturais submetidos a cargas dinâmicas (variáveis no tempo), cuja solução é obtida numericamente através de métodos de discretização do meio contínuo (Diferenças Finitas e Elementos Finitos) aliados a algoritmos de integração no tempo (Newmark, Houbolt, Diferenças Finitas Centrais e etc.). Estes métodos apresentam um alto custo computacional na análise dinâmica de problemas não-lineares devido, principalmente, à manipulação de grandes matrizes (montagem e decomposição) e aos algoritmos iterativos tipo passo a passo (Newton-Raphson).

O algoritmo aqui apresentado foi implementado especificamente para a solução de estruturas espaciais utilizando como modelo de discretização o chamado *rigid body spring model*, que permite que o sistema físico real (com propriedades distribuídas) possa ser modelizado de forma aproximada por um sistema com propriedades concentradas, ou seja: a massa, a rigidez e o amortecimento são localizados em pontos discretos (pontos nodais). Neste método, o sistema real é substituído por um sistema de massas puntiformes interconectadas por molas e amortecedores.

Aliado a este modelo de discretização, utiliza-se o método das diferenças finitas centrais para a integração no tempo do sistema de equações diferenciais. Este é um método do tipo explícito que tem como principal

vantagem a alta eficiência computacional decorrente da eliminação da manipulação algébrica de matrizes.

A aplicação desta técnica em animações *TrueMotion* surgiu como um subproduto de uma linha de pesquisa do Departamento de Engenharia Mecânica de UFRGS, onde foi desenvolvido o Sistema Dinâmico utilizado na simulação dinâmica de estruturas e mecanismos.

Equacionamento básico

O algoritmo abrange a solução de problemas que envolvem sistemas de vários graus de liberdade a parâmetros concentrados cujo comportamento dinâmico pode ser descrito pela seguinte equação de equilíbrio:

$$MU + CU + KU = F(t)$$

onde, $F(t)$ é o vetor das forças externas aplicadas e M, C e K são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, enquanto \dot{U} , \ddot{U} e U são os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos. A equação de equilíbrio dinâmico pode ser resolvida no tempo através da sua integração direta por métodos numéricos implícitos ou explícitos. Os métodos implícitos, por serem incondicionalmente estáveis para problemas lineares são mais eficientes neste tipo de análise. Por outro lado, para análises não-lineares, onde se consideram relações físicas e geométricas, bem como condições de contorno não-lineares, os métodos explícitos se tornam mais eficientes e vantajosos na solução dos casos em que há a possibilidade de desacoplamento das equações. O algoritmo implementado no sistema Dinâmico considera tanto a não-linearidade física (através da utilização de um modelo constitutivo elastoplástico perfeito), quanto a não-linearidade geométrica (redefinição da geometria da estrutura a cada passo de integração) além de condições de contorno também não-lineares (choque contra uma superfície). A resposta no tempo é obtida através da integração direta das equações de equilíbrio dinâmico pelo método das diferenças finitas centrais.

Integração direta no tempo

Em sistemas a parâmetros concentrados, a matriz de massa é sempre diagonal, o que permite que, com a utilização de um método explícito de integração, as equações de equilíbrio dinâmico sejam resolvidas de maneira independente para cada grau de liberdade. Assim, a solução numérica pelo método das diferenças finitas centrais pode ser descrito da seguinte forma: a partir de uma determinada configuração inicial do sistema e das forças externas aplicadas, determinam-se as forças internas Q_f (força restitutiva elástica devida à

flexão), Q_t (força restitutiva elástica devida à torção) e N (força restitutiva elástica axial), que reagem em cada massa concentrada num mesmo instante de tempo t . Estas forças são calculadas considerando-se a deformação atual da estrutura em relação à mesma indeformada. Também, passo a passo, há a comparação das forças internas com as forças de escoamento plástico do material. Se as forças restitutivas forem maiores do que as necessárias ao escoamento, elas são *achatadas* ao nível destas, o que caracteriza o comportamento elastoplástico perfeito do material. Com a resultante do sistema de forças obtido (forças elásticas reativas, forças externas, mais forças viscosas dissipativas), calcula-se, pelo princípio de D'Alembert, as novas posições das massas concentradas para o passo $t+dt$ e assim sucessivamente.

O método das diferenças finitas centrais, por ser explícito, apresenta a desvantagem de ser condicionalmente estável, ou seja, sua performance é limitada pelo passo de integração, que deve ser menor, em unidades de tempo, do que o período correspondente à maior frequência natural presente no sistema em estudo. Por outro lado, deve-se ressaltar que como o método das diferenças finitas centrais não necessita da resolução de qualquer sistema de equações, ele é normalmente muito mais rápido em cada ciclo de cálculo. Esta propriedade passa a ser muito vantajosa em sistemas não-lineares, pois nestes, as características físicas e geométricas geralmente devem ser redefinidas a cada passo de integração. Por outro lado, nos métodos implícitos é necessário a montagem de um novo sistema de equações a cada passo de integração, sendo esta uma operação muito dispendiosa computacionalmente.

Modelo de discretização

A estrutura em estudo é modelizada fisicamente através de barras rígidas ligadas por molas concentradas (Rigid Body Spring Model). Este modelo de discretização considera os efeitos de rigidez a tração-compressão através de molas concentradas axiais nos elementos. Também nos elementos são consideradas molas concentradas torcionais que caracterizam o efeito de rigidez a torção ao giro relativo entre as massas concentradas nos nós extremos de cada elemento. Para manter a matriz de massa diagonal e o consequente desacoplamento das equações, as massas nos nós não apresentam momento de inércia em relação ao seu próprio baricentro (são consideradas concentradas em um só ponto). A rigidez a flexão é levada em conta através da implementação de molas torcionais concentradas nos nós de conexão das barras. A cada dois elementos corresponde uma mola torcional a

flexão, cujo efeito em cada nó, é somado aos das demais conexões de barras neste mesmo nó. Tanto as molas axiais, como as torcionais a flexão e as torcionais a torção, obedecem ao modelo constitutivo elastoplástico perfeito. Além das molas axiais e torcionais a torção, em cada elemento também são considerados amortecedores viscosos axiais, cujas forças dissipativas são proporcionais às diferenças das velocidades axiais relativas entre os nós finais de cada elemento. Também pode atuar em cada massa concentrada uma força de atrito viscoso proporcional à velocidade de cada nó em relação ao sistema global de coordenadas. É importante se ressaltar que os efeitos de plastificação são considerados desacoplados nos três tipos de molas modelizados.

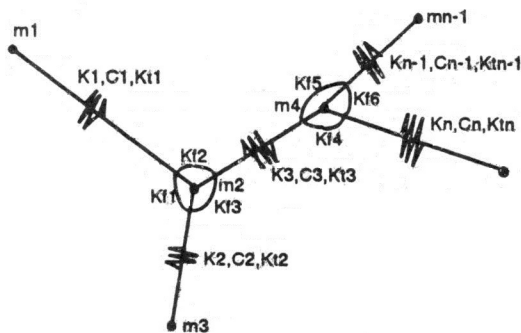


Fig.1 Modelo de discretização

Algoritmo implementado

O módulo de análise do sistema Dinam, funciona de acordo com o seguinte esquema: a cada passo de integração, calcula-se as novas coordenadas dos nós da estrutura. A partir desta nova configuração, valendo-se exclusivamente de recursos de álgebra vetorial, são calculados os ângulos de deformação nas molas a flexão e torção. As deformações axiais dos elementos são calculadas diretamente a partir das coordenadas atualizadas dos nós. As forças resultantes da composição das forças elásticas restitutivas em cada nó, somadas às forças dissipativas e inerciais, definirão, através das formulações clássicas do método das diferenças finitas centrais as posições das massas concentradas no próximo passo de integração.

É importante ser salientado que o fato de as equações serem mantidas desacopladas, aliado a um método baseado somente em álgebra vetorial para o cálculo dos ângulos de deformação (não há necessidade de matrizes de rotação ou transformação), permitiu a implementação de um algoritmo puramente algébrico prescindindo totalmente de análise matricial. Isto é, certamente, o ponto alto deste sistema, pois torna bastante simples a implementação de equacionamentos não-lineares. Além disso, desta maneira trabalha-se

com um conjunto enxuto de dados, pois está-se sempre armazenando e calculando dados relativos às conectividades que efetivamente existem (o que equivale, numa análise matricial, a se utilizar um vetor perfil a 100%). As vantagens decorrentes destes fatos são evidentes, pois como são armazenadas apenas os dados realmente necessários, tem-se grande economia de espaço de memória, podendo-se armazenar totalmente na RAM disponível, estruturas de maior porte. Também em termos de velocidade de processamento esta metodologia se mostra eficiente, pois além de operar apenas os dados necessários o que por si só já economiza tempo de processamento, o aproveitamento mais eficiente da memória RAM permite que se calcule estruturas de maior porte sem a necessidade de *swaps* à memória de disco, evitando excessos de I/O e reduzindo significativamente os tempos de análise.

Cálculo das forças restitutivas

Um dos pontos altos do algoritmo implementado, constitui-se certamente no cálculo das forças elásticas restitutivas devidas às deformações ocorridas na estrutura nos passos anteriores ao considerado, pois isto é feito através de recursos exclusivamente de álgebra vetorial. A partir dos valores das deformações, as forças restitutivas são obtidas através da aplicação direta da lei de Hooke para materiais isotrópicos.

Exemplos de Aplicação

São apresentados a seguir, três exemplos de aplicação do algoritmo na simulação de movimento de estruturas não-lineares com muitos graus de liberdade.

1) Movimento de uma bandeira ao vento: Este exemplo, apresentado na fig.2, exemplifica bem uma importante aplicabilidade do algoritmo de análise dinâmica, ou seja, a possibilidade de simular o movimento aleatório de sistemas com muitos graus de liberdade e que mantém uma ligação física definida entre os seus elementos. Esta é uma análise altamente não-linear e que mesmo em pacotes tradicionais de elementos finitos, demandaria muito esforço computacional. A simulação foi realizada de maneira simples e apresentou muito bons resultados visuais. Primeiramente, sobre a malha original indeformada da bandeira, aplicou-se uma força de campo vertical objetivando simular a gravidade. Desta forma a estrutura se deformou de forma a fornecer a posição inicial utilizada na análise apresentada. Com a bandeira em posição de repouso, impôs-se subitamente uma força de campo na direção horizontal, que aliada a uma velocidade inicial aplicada transversalmente a ela,

fez com que a bandeira se deslocasse para a frente, como se fosse atingida repentinamente por uma brisa. Nos instantes posteriores, o movimento, muito semelhante ao de uma bandeira real açoitada pelo vento, é devido unicamente a estas condições iniciais e ao fato de não ter-se considerado qualquer tipo de amortecimento na análise. Em um microcomputador 486 DX2 66MHz os resultados apresentados foram obtidos com menos de 7 minutos de processamento. A estrutura flexível (pano da bandeira mais cordas de amarração) contabiliza 579 elementos com 245 nós, tendo sido necessário, para a simulação de 6 segundos (total de 120 frames), 12000 passos de integração.

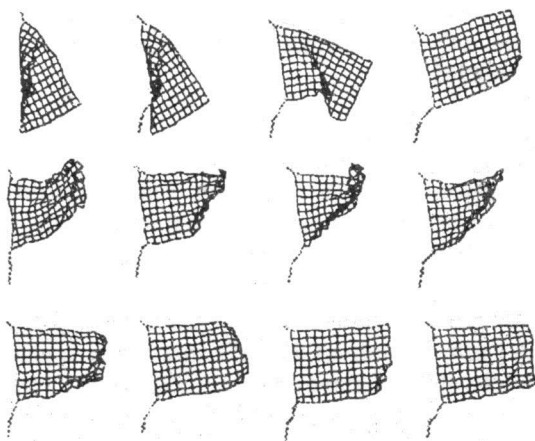


Fig. 2 Sequência de posições da bandeira

2) Queda de uma esfera: Neste caso, modelizou-se uma esfera de arames (*wireframe*) e aplicou-se a ela propriedades físicas (massa, rigidez e amortecimento). A seguir, aplicou-se uma força de campo vertical para simular a queda da esfera em direção a um reparo rígido colocado na posição do solo (ver fig.3). Foram também aplicadas velocidades iniciais à mesma nas direção vertical (z) e em uma direção horizontal (x). O atrito de Coulomb contra o solo foi considerado estático (sem deslizamento). Pela visualização dos resultados é possível perceber que a esfera, inicialmente em deslocamento apenas de translação, após a colisão contra o solo, adquire, além do um movimento vibratório devido ao impacto, também o movimento de rotação em torno do seu centro de massa, reduzindo, portanto, a sua velocidade de translação. Como, neste caso foi considerado o amortecimento viscoso em relação ao sistema global de coordenadas, a esfera perde energia à medida que se desloca, tendendo à posição de repouso com o passar do tempo.

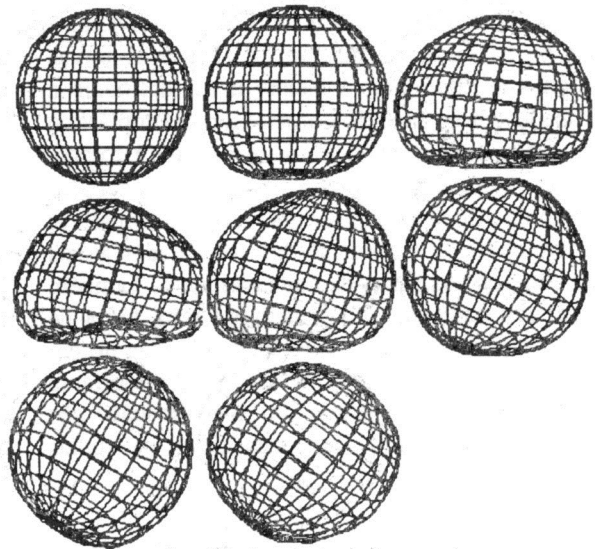


Fig. 3 Sequência de posições da esfera

Conclusões

O algoritmo implementado, que se mostrou muito eficiente na simulação de movimentos realísticos, possui um embasamento teórico bastante consistente, tendo já sido testado extensivamente em problemas estruturais de engenharia. Apesar da relativa simplicidade do modelo físico adotado, o algoritmo sempre apresentou resultados confiáveis, o que, aliado a uma boa *performance*, permite concluir que a sua utilização na geração de animações de objetos elastoplásticos é uma alternativa plenamente viável.

Bibliografia

- Belytshhko, T. Explicit time integration of structure. In: Seminar on advanced structural dynamics, 1978, Varese. Proceedings London: Applied Science, 1980. 471 p. cap. 4.
- Perondi, E.A. Análise teórico experimental de isoladores de aço ao choque: Porto Alegre: CPGEC, 1989. Dissertação (Mestrado em Engenharia)- Escola de Engenharia UFRGS.
- Nedel, P.N. Simulação de Objetos Deformáveis Baseada na Análise Dinâmica: Porto Alegre: CPGCC - Dissertação (Mestrado)- Instituto de Informática UFRGS.
- Teixeira, R. "Análise dinâmica de estruturas por métodos de integração direta no sistema Gaeli" Porto Alegre; CPGEC, 1992. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Escola de Engenharia, UFRG
- Baraff, .D; Witkin, A. Dynamic simulation of non-penetrating flexible bodies. ACM Computer Graphics, New York, N.Y., v. 26 n. 2, p. 303-308, July 1992.