

APLICAÇÃO DO MÉTODO DO  
DIFERENCIAL PARAMÉTRICO AO CÁLCULO  
DE FATORES DE FORMA DIFUSOS

*Gladimir V. Guimarães Baranoski*  
(CPGCC-UFRGS)

Página em branco na versão original impressa.

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DO DIFERENCIAL PARAMÉTRICO  
AO CÁLCULO DE FATORES DE FORMA DIFUSOS**

**Gladimir V. Guimarães Baranoski**

Curso de Pós-Graduação em Ciência da Computação - UFRGS

Caixa Postal 1501 - 90001 - Porto Alegre - RS

e-mail: gladimir@cunhan.inf.ufrgs.anrs.br

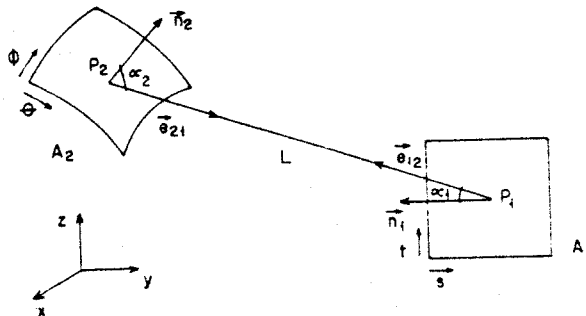
**ABSTRACT** - This article presents and criticizes new results concerning to the application of the parametric differential method on the calculation of diffuse form factors corresponding to a non-convex environment, which are used in the generation of realistic images by the radiosity method.

## 1. INTRODUÇÃO

O método do diferencial paramétrico (MDP) foi apresentado inicialmente em [1], onde foram descritas as suas características principais, bem como resultados preliminares relativos à sua aplicação a geometrias simples. Este método tem como objetivo principal permitir a síntese de imagens de objetos formados por superfícies curvas convexas, através do método da radiosidade, sem que estas sejam aproximadas por polígonos. Ao não efetuar tais aproximações, permite que sejam obtidos fatores de forma com uma maior grau de exatidão e que sejam utilizadas as descrições exatas das superfícies durante o processo propriamente dito de geração da imagem, como foi sugerido em [3].

O MDP considera que as superfícies e/ou objetos que compõem o ambiente fechado a ser simulado, são descritas por equações paramétricas. Levando em conta este aspecto e utilizando princípios de geometria analítica e do cálculo de funções vetoriais [7], fornece uma expressão geral e simplificada para o fator de forma entre duas superfícies finitas paramétricas  $A_1$  e  $A_2$ . Esta expressão corresponde à geometria apresentada na figura 1 e é dada a seguir:

$$F_{i-2} = \frac{1}{\pi \int_t \int_s |\vec{n}_1| ds dt} \int_{\theta} \int_{\phi} \int_s \frac{(\vec{n}_1 \cdot \vec{e}_{12})(\vec{n}_2 \cdot \vec{e}_{21})}{L^3} ds dt d\theta d\phi \quad (1)$$



- $t, s$  = variáveis que descrevem  $A_1$ .
- $\theta, \phi$  = variáveis que descrevem  $A_2$ .
- $\vec{n}_1$  = normal à  $A_1$  no ponto  $P_1(t, s)$ .
- $\vec{n}_2$  = normal à  $A_2$  no ponto  $P_2(\theta, \phi)$ .
- $\vec{e}_{12}$  = vetor unindo  $P_1$  a  $P_2$ .
- $\vec{e}_{21}$  = vetor unindo  $P_2$  a  $P_1$ .
- $\alpha_1$  = ângulo entre  $\vec{n}_1$  e  $\vec{e}_{12}$ .
- $\alpha_2$  = ângulo entre  $\vec{n}_2$  e  $\vec{e}_{21}$ .
- $L$  = distância entre  $P_1$  e  $P_2$ .

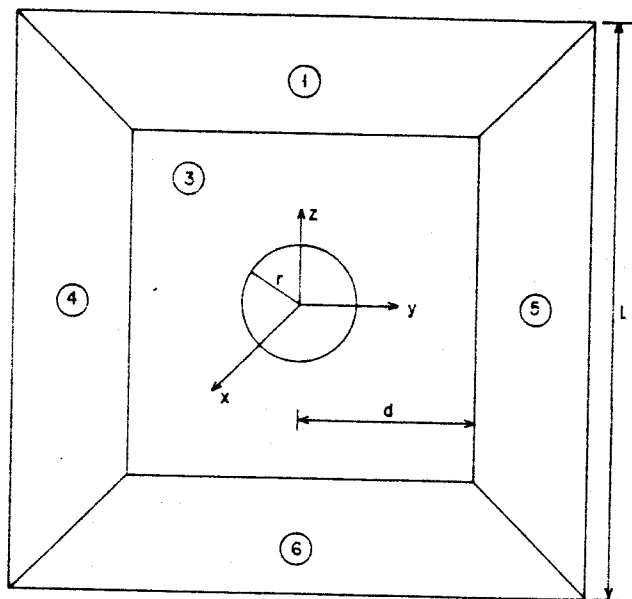
Figura 1. Geometria do fator de forma entre duas superfícies paramétricas.

A expressão (1) é avaliada numericamente utilizando o método da quadratura gaussiana. O MDP também provê testes de visibilidade que visam reduzir o número de operações a serem executadas durante o cálculo dos fatores de forma e que estão diretamente relacionados a exatidão do método. Para ambientes não convexos, onde existem superfícies que não são totalmente visíveis por outras, há a necessidade de se efetuar testes de ocultamento. Estes testes serão apresentados no decorrer deste trabalho.

## 2. DESCRIÇÃO DO MODELO EMPREGADO

O trabalho inicial sobre a aplicação do método da radiossidade à síntese de imagens realísticas, apresentado por

Goral et alii em [5], utilizou um ambiente fechado formado pelas faces quadriláteras de um cubo. Como o método do diferencial paramétrico destina-se a permitir a inclusão de superfícies curvas convexas, decidiu-se acrescentar uma esfera ao modelo empregado por Goral et alii.



FACE 2 É FRONTAL  
 $r$  = RAIO DA ESFERA  
 $d$  = DISTÂNCIA ENTRE O CENTRO DA ESFERA E AS FACES DO CUBO  
 $L$  = COMPRIMENTO DAS FACES DO CUBO

Figura 2. Modelo empregado na verificação experimental do MDP.

A escolha da esfera como objeto curvo a ser utilizado nesta verificação experimental deveu-se ao fato de seu fator de forma analítico em relação as faces do cubo ser obtido a partir da própria definição dos fatores de forma, através da relação de somatório, não havendo a necessidade de utilização de fórmulas fechadas. Segundo essa relação, o somatório dos fatores de forma de uma superfície em relação as demais superfícies de um ambiente fechado é igual a 1. Logo, devido a sua forma geométrica e a estar posicionada no centro do ambiente, o fator de forma analítico da esfera em relação a cada uma das faces do cubo é igual a  $1/6$ .

Sendo conhecido o fator de forma analítico correspondente a geometria em questão, os valores dos erros relativos dos fatores de forma obtidos numericamente para esta geometria podem ser determinados através da seguinte expressão, apresentada em [6]:

$$\text{Erro Relativo (\%)} = \frac{|\text{valor analítico} - \text{valor numérico}|}{\text{valor analítico}} \times 100 \quad (2)$$

As simulações que serão apresentadas no decorrer deste trabalho foram executadas em um microcomputador AT386 (20 MHz) em um ambiente Turbo Pascal 5.0. Os valores adotados para os parâmetros  $r$ ,  $d$  e  $l$ , apresentados na geometria descrita na figura 2, foram os seguintes: 1, 3 e 6 respectivamente. Na avaliação numérica das integrais quádruplas da expressão (1) foram empregados cinco pontos de gauss.

### 3. FATORES DE FORMA ENTRE A ESFERA E AS FACES

A esfera foi dividida em 32 "patches" e cada uma das faces em 9 "patches". Foram então obtidos os fatores de forma dos patches da esfera em relação aos patches das faces,  $F_{pe-pf}$ . Com o objetivo de verificar a exatidão dos valores obtidos, tornou-se necessário determinar os fatores de forma da esfera em relação às faces,  $F_{e-f}$ , a partir dos  $F_{pe-pf}$ , de modo a efetuar o cálculo dos erros relativos utilizando o valor  $F_{e-f}$  analítico já citado. A expressão para os  $F_{e-f}$  foi obtida a partir da expressão correspondente a técnica do subestruturamento, apresentada em [4], e é dada a seguir:

$$F_{e-f} = \frac{1}{A_e} \sum_{pf=1}^{N_{pf}} \sum_{pe=1}^{N_{pe}} F_{pe-pf} A_{pe} \quad (3)$$

onde:

- $n_f$  = número de "patches" das faces.
- $n_e$  = número de "patches" da esfera.
- $A_{pe}$  = área de um dado "patch" da esfera.
- $A_e$  = área da esfera.

Os resultados obtidos são mostrados na tabela a seguir:

Face	$F_{e-f}$ (numérico)	Erro Relativo (%)
1	$1.6735 \times 10^{-1}$	0.41
2	$1.6693 \times 10^{-1}$	0.16
3	$1.6693 \times 10^{-1}$	0.16
4	$1.6693 \times 10^{-1}$	0.16
5	$1.6693 \times 10^{-1}$	0.16
6	$1.6735 \times 10^{-1}$	0.41

Pode-se observar a coerência dos valores obtidos, que foram aproximadamente iguais, o que era o esperado, já que todas as faces apresentam a mesma posição geométrica em relação à esfera. Os baixos valores dos erros relativos representam um excelente grau de exatidão, que poderia ser aumentado se o ambiente fosse dividido em um número maior de "patches". Então, decidiu-se subdividir a esfera em 64 "patches" e cada uma das faces em 36 "patches". Os valores assim obtidos são apresentados na tabela a seguir:

Face	$F_{e-f}$ (numérico)	Erro Relativo (%)
1	$1.6683 \times 10^{-1}$	0.10
2	$1.6673 \times 10^{-1}$	0.04
3	$1.6673 \times 10^{-1}$	0.04
4	$1.6673 \times 10^{-1}$	0.04
5	$1.6673 \times 10^{-1}$	0.04
6	$1.6683 \times 10^{-1}$	0.10

Com efeito, os valores dos erros relativos tornaram-se ainda menores, evidenciando um aumento significativo do grau de exatidão dos fatores de forma. Este foi acompanhado de um aumento do custo computacional, já que o tempo de processamento requerido aumentou aproximadamente na mesma proporção do aumento do grau de exatidão.

#### 4. FATORES DE FORMA ENTRE AS FACES PLANAS CONSIDERANDO A PRESENÇA DA ESFERA

Para completar o processo de obtenção dos fatores de forma do ambiente fechado descrito na figura 2, foi efetuado o cálculo

dos fatores de forma entre as faces planas. Não foi necessário efetuar testes de visibilidade, já que se trata de superfícies planas. Entretanto, como nem todos os pontos de uma face são visíveis por pontos de outra face, devido à presença da esfera, tornou-se necessário efetuar testes de ocultamento.

Considere-se a geometria descrita na figura 3, onde são apresentadas duas faces genericas, a e b, do modelo descrito na figura 2. Os testes de ocultamento constituem-se basicamente na verificação se há ou não intersecções das retas, que unem pontos de uma face aos pontos da outra, com a esfera. Essas retas estão representadas, na figura 3, pela reta generica L, cujas equações paramétricas no espaço  $R^3$  são dadas abaixo:

$$\begin{aligned} x &= x_1 + (x_2 - x_1) \cdot k \\ y &= y_1 + (y_2 - y_1) \cdot k \\ z &= z_1 + (z_2 - z_1) \cdot k \end{aligned} \quad (4)$$

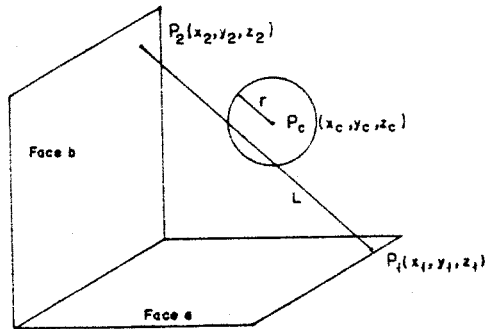


Figura 3. Geometria usada nos testes de ocultamento, considerando a presença da esfera.

Monta-se então a seguinte equação:

$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 + (z-z_c)^2 = L^2 \quad (5)$$

Calcula-se o delta ( $\Delta$ ) correspondente a esta equação, se for negativo não há intersecção. Caso contrário, se houver intersecção, ficará determinado que o ponto  $P_2$  da face b não é visível pelo ponto  $P_1$ , da face a, e a parcela referente à  $P_1P_2$



não deve ser computada no cálculo do somatório correspondente à avaliação numérica do fator de forma entre a face a e a face b.

Então, subdividindo-se as faces em "patches", foram obtidos os fatores de forma entre os "patches" das faces,  $F_{pa-pb}$ . Com estes valores e utilizando a expressão (6) a seguir, também deduzida a partir da expressão apresentada em [4], obteve-se os fatores entre as faces,  $F_{fb-fa}$ , com a finalidade de verificar a exatidão desses resultados.

$$F_{fb-fa} = \frac{A_{pb}}{A_b} \sum_{pb=1}^{N_{pb}} \sum_{pa=1}^{N_{pa}} F_{pa-pb} \quad (6)$$

onde:

$A_{pb}$  = área do "patch" da face b.

$A_b$  = área da face b.

$n_a$  = número de "patches" da face a.

$n_b$  = número de "patches" da face b.

Foram então calculados os fatores de forma entre as faces considerando-as divididas em 9 e após em 36 "patches". Os valores obtidos foram os seguintes:

face <sub>a</sub> -face <sub>b</sub>	9 patches	
	$F_{fa-fb}$ (numérico)	$F_{fb-fa}$ (numérico)
1-2	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
1-3	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
1-4	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
1-5	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
1-6	$1.5401 \times 10^{-1}$	$1.5427 \times 10^{-1}$
2-3	$1.5401 \times 10^{-1}$	$1.5427 \times 10^{-1}$
2-4	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
2-5	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
2-6	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
3-4	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
3-5	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
3-6	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
4-5	$1.5401 \times 10^{-1}$	$1.5427 \times 10^{-1}$
4-6	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$
5-6	$2.2249 \times 10^{-1}$	$2.0974 \times 10^{-1}$

Pode-se observar a coerência dos resultados obtidos com relação à posição geométrica das superfícies. As faces adjacentes obtiveram os mesmos valores para os fatores de forma, o mesmo ocorrendo com as faces paralelas e opostas entre si.

Como os fatores de forma analíticos  $F_{ra-rb}$  não são conhecidos, utilizou-se a relação de somatório, já citada, na análise dos valores obtidos numericamente através do MDP. Tomando a face 1 como exemplo, calculou-se o somatório dos fatores de forma desta superfície com relação as demais superfícies do ambiente fechado, incluindo a esfera. Os valores obtidos para estes somatórios, considerando as faces divididas em 9 e 36 "patches", foram 1.1 e 1.05 respectivamente.

O aumento do número de "patches" aproximou o valor do somatório ao valor esperado, 1, evidenciando um aumento de exatidão. Entretanto este grau de exatidão foi inferior ao dos fatores de forma entre a esfera e as faces. Deve ser registrado que o aspecto do ocultamento total ou parcial de superfícies em um ambiente não convexo afeta a exatidão dos fatores de forma obtidos numericamente, inclusive os obtidos através do método do hemicubo, como é observado em [2].

## 5. CONCLUSÕES

Os fatores de forma obtidos a partir do método do diferencial paramétrico apresentam um excelente grau de exatidão, que se estende às radiosidades das superfícies do ambiente simulado. Com um aumento do número de "patches" desse ambiente, ter-se-á uma exatidão ainda maior, que será acompanhada de um aumento do tempo de processamento. Entretanto, tratando-se de superfícies curvas, este tempo seria ainda maior se estas fossem simplesmente aproximadas por polígonos.

O método do diferencial paramétrico utiliza as descrições paramétricas exatas das superfícies no cálculo dos fatores de forma difusos, possibilitando que as mesmas descrições sejam empregadas durante a etapa de "rendering" das imagens. Desta forma, superfícies ou objetos curvos podem ser sintetizados sem

serem aproximados por polígonos. Isto permite, além dos aspectos de exatidão e tempo de processamento já discutidos, que as imagens de superfícies ou objetos curvos sejam geradas com um maior grau de realismo e não tenham seus contornos curvos formados por segmentos retos como arestas de polígonos, o que geralmente ocorre em imagens de objetos curvos sintetizados a partir do método da radiosidade.

Ao contrário do método do hemicubo, o MDP não apresenta uma solução geral para as situações onde seja necessário calcular o fator de forma entre duas superfícies levando em conta a presença de uma terceira entre elas. Os testes de ocultamento propostos devem ter a sua formulação alterada de acordo com o tipo de superfície que estiver presente entre outras superfícies do ambiente não convexo em questão. Pesquisas futuras deverão ser realizadas de modo a otimizar este aspecto do método proposto e a capacitá-lo a efetuar o cálculo de fatores de forma correspondentes a superfícies especulares e transparentes.

#### REFERÊNCIAS

1. BARANOSKI, G.V.G. Aplicação de Radiosidade à Síntese de Imagens de Objetos Formados por Superfícies Curvas. In: III SIBGRAPI, Gramado, 30 de maio a 1 de junho, 1990. Proceedings. Porto Alegre, SBC-CPGCC da UFRGS, 1990, p.11-20.
2. BAUM, D.R. ; RUSHMEIER, H.E. & WINGET, J.M. Improving Radiosity Solutions Through the Use of Analytically Determined Form Factors. Computer Graphics, New York, 22(3):325-34, July, 1989.
3. COHEN, M.F. & GREENBERG, D.P. The Hemi-Cube A Radiosity Solution for Complex Environments. Computer Graphics, New York, 19(3):31-40, July, 1985.
4. COHEN, M.F. ; GREENBERG, D.P. ; IMMEL, D.J. & BROCK, P.J. An Efficient Radiosity Approach for Realistic Image Synthesis. IEEE Computer Graphics and Applications, New York, 6(3):26-35, March, 1986.

5. GORAL, C.M. ; TORRANCE, K.E. ; GREENBERG, D.P. & BATTAILE, B. Modeling the Interaction of Light Between Diffuse Surfaces. Computer Graphics, New York, 18(2):213-22, July 1984.
6. MAXWELL, G.M. ; BAILEY, M.J. & GOLDSCHIMDT, V.W. Calculation of Radiation Configuration Factor Using Ray Casting. CAD, New York, 18(7):371-9, September, 1986.
7. WILLIANSO, R.E. ; CROWELL, R.H. & TROTTER, H.F. Cálculo de Funções Vetoriais. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1975.

#### AGRADECIMENTOS

O autor gostaria de agradecer as importantes sugestões dadas pelo seu orientador, professor Anatólio Laschuk, durante o desenvolvimento deste trabalho, aos colegas Marcelo Walter, Rui Bastos, João Batista Souza de Oliveira e Adriane Elena Chirico pela colaboração logística e aos colegas Marcos Nascimento e Manuel Menezes de Oliveira Neto pelo apoio e incentivo prestados.