

O método DTF está inserido nos métodos de reconstrução por transformadas, assim como o "Filtered Convolution Back Projection" (FBP). A classe complementar de algoritmos está incluso nos métodos por expansão em séries (Censor, 1983).

MÉTODOS

Dentre os diversos métodos de reconstrução de imagens, à partir de projeções, o método direto de Fourier (DTF) se adequa bem à utilização de "Array Processor" uma vez que grande parte das operações envolvidas no mesmo são de natureza vetorial. Desse modo é de se esperar que este método seja mais rápido que o convencional "Filtered Convolution Back Projection" e os métodos iterativos.

O método direto de Fourier é aplicação direta do teorema da reconstrução (Lewitt, 1983): "a transformada de Fourier da projeção (ângulo α) de uma imagem f corresponde à função $F(W, \alpha)$ onde F é a transformada bi-dimensional de f em coordenadas polares, e W é a frequência". Basta então obter a transformada unidimensional de Fourier para cada projeção e realizar a transformação inversa bi-dimensional de Fourier. O ponto crítico deste método está na conversão da coordenada polar para coordenada cartesiana, pois é necessário realizar interpolações no domínio da frequência. Imprecisão na interpolação acarreta em deformações globais na imagem reconstruída, já que este método é global. STARK (1979) propõe uma conversão calculando os valores na coordenadas cartesianas baseando-se na periodicidade das projeções em relação à variável ângulo e na banda limitada destas projeções. LEWITT (1983) propõe aplicar o teorema do deslocamento nas transformadas de Fourier alternadamente em cada projeção, de modo a distribuir melhor os pontos conhecidos, para então aplicar a interpolação para coordenadas cartesianas.

No presente trabalho aplicamos a propriedade (Bracewell, 1978) de que o acréscimo de zeros ("zero padding") no domínio do espaço implica em interpolação no domínio da frequência, aumentando a densidade de pontos em coordenadas polares. O passo seguinte é a interpolação para a conversão em coordenadas cartesianas.

A figura 1 ilustra a sequência empregada. Os dados de entrada (bloco A) são as projeções do objeto a ser reconstruído ou de uma imagem puntual no centro do quadro (impulso).

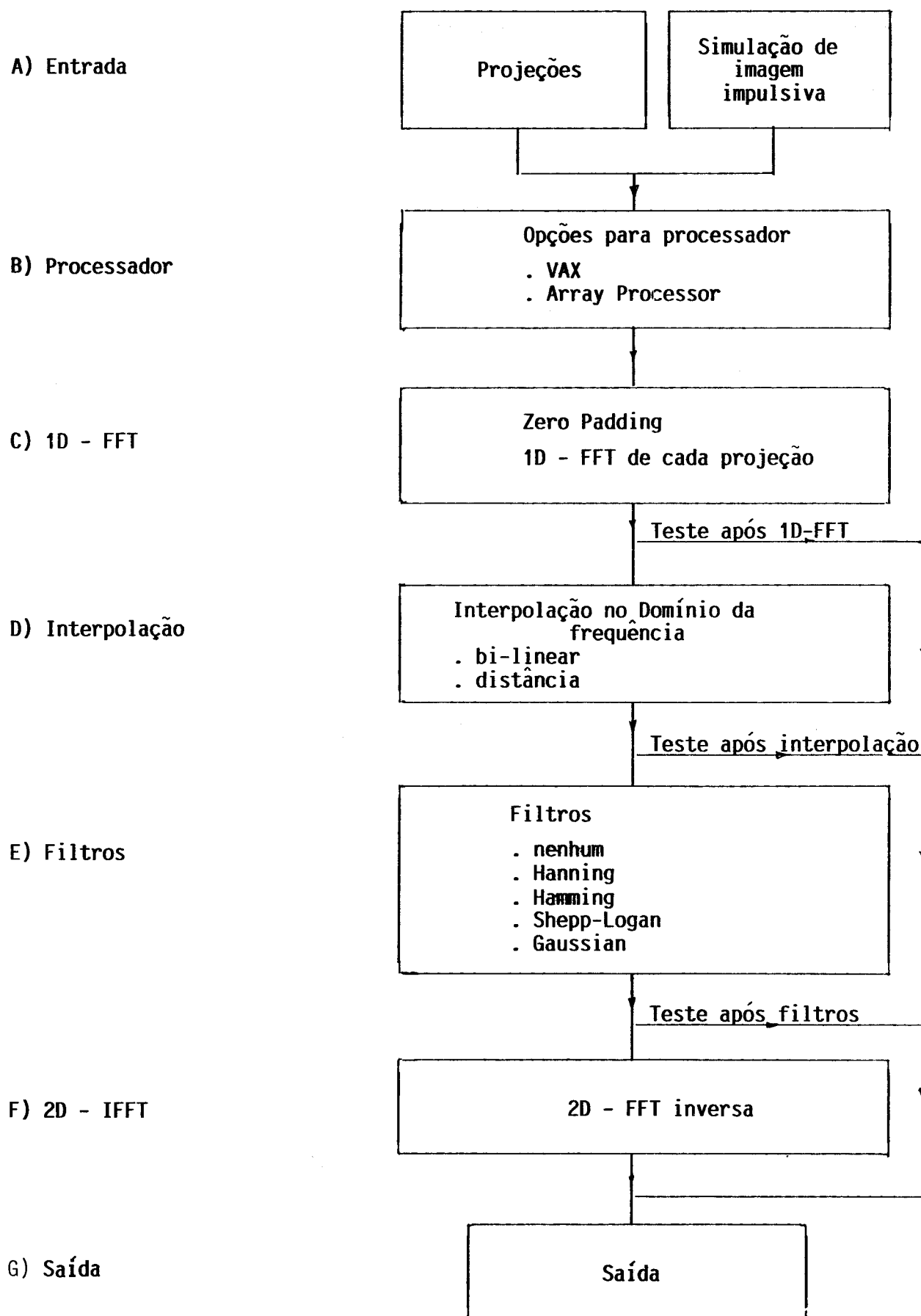


Figura 1. Diagrama de blocos utilizado para a reconstrução

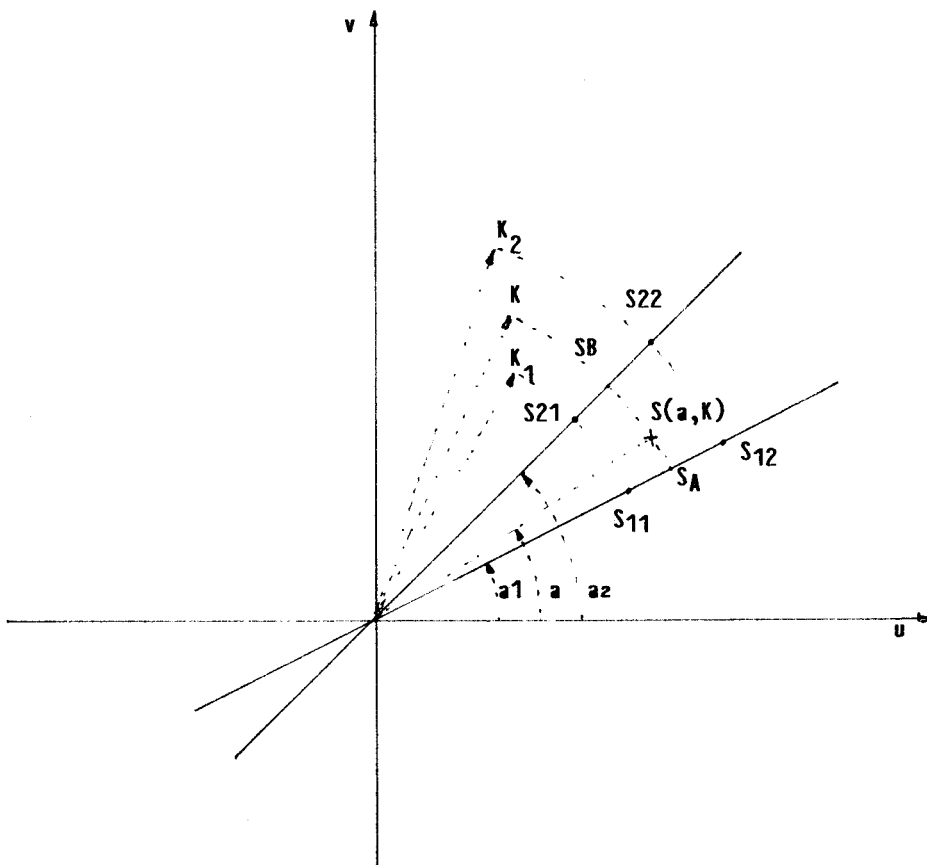
Interpolação no domínio da frequência:

Seja $f(i, j)$: imagem a ser reconstruída
 $i = 1, N$
 $j = 1, M$

$s(a, k)$: projeção 'k' no ângulo 'a'
 $a = 1, NA$ (NA : número de projeções)
 $k = 1, NS$ (NS : número de amostras/projeção)

$S(a, K)$: transformada de Fourier unidimensional de $s(a, k)$ em k

A interpolação empregada foi a bi-linear no espaço $S(a, K)$, como na figura abaixo:



K (maiúscula): frequência

$$S(a, K) = S_A + (a - a_1) \cdot (S_B - S_A) / (a_2 - a_1)$$

$$S_A = S_{11} + (K - K_1) \cdot (S_{12} - S_{11}) / (K_2 - K_1)$$

$$S_B = S_{21} + (K - K_1) \cdot (S_{22} - S_{21}) / (K_2 - K_1)$$

No módulo 'E' foram incorporados alguns filtros clássicos, a saber:

- seja T : intervalo de amostragem
 u : frequência ($- 1/(2T)$, $1/(2T)$)
- . Hanning : $H(u) = 0.5 + 0.5 \times \cos(2.\pi.u.T)$
 - . Hamming : $H(u) = 0.54 + 0.46 \times \cos(2.\pi.u.T)$
 - . Shepp-Logan (sem rampa) :
 $H(u) = (\text{sen}(\pi.u.T)/(\pi.u.T))^2$
 - . Gauss : $H(u) = \text{FWHM} \sqrt{c1.\exp(c2.(2.\pi.u.\text{FWHM})^2)}$
 onde FWHM : ajustável (Full Half Maximum Height)
 e define a resolução desejada (em
 pixel) no domínio do espaço.
 $c1 = \pi/(4 \ln 2)$
 $c2 = - 1/(16 \ln 2)$

A figura 2 ilustra a resposta impulsiva destes filtros. O filtro tipo Gauss mostrou-se a mais adequada, pois podemos controlar a resolução desejada.

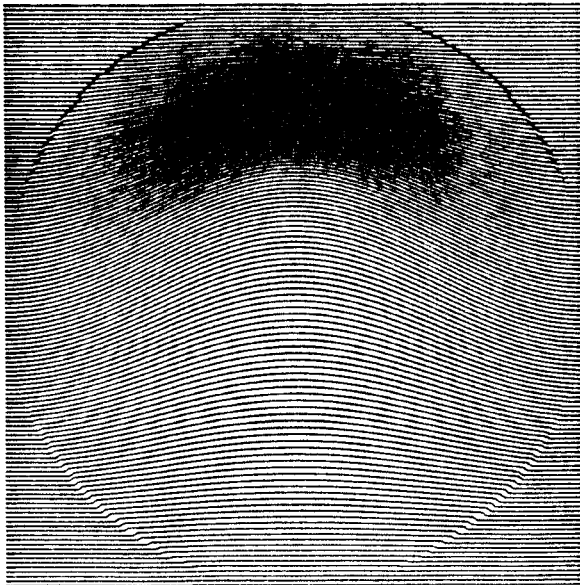
Array Processor

Utilizamos um "array processor" comercial (modelo MAXIM-32, CSPI inc) conectado a um micro-VAX II. Este processador trabalha em paralelo com o micro-VAX e possui dois processadores internos: IPU - processador de números inteiros, basicamente alocado para o cálculo de índices e endereçamento e APU - para cálculos gerais em ponto flutuante.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tabela abaixo mostra a agilização do processo de reconstrução, considerando-se 128 projeções com 128 amostra/projeção e imagem reconstruída com 128 x 128 pixels, valores reais (4 bytes). No caso do método DTF, o número total (após "zero padding") considerado foi 4 x NS = 512 pontos/projeção.

Método	Array Processor	Tempo Total (segundos)
Filtered Convolution Back Projection	sem	140
MDF	sem	37
MDF	com	2.04



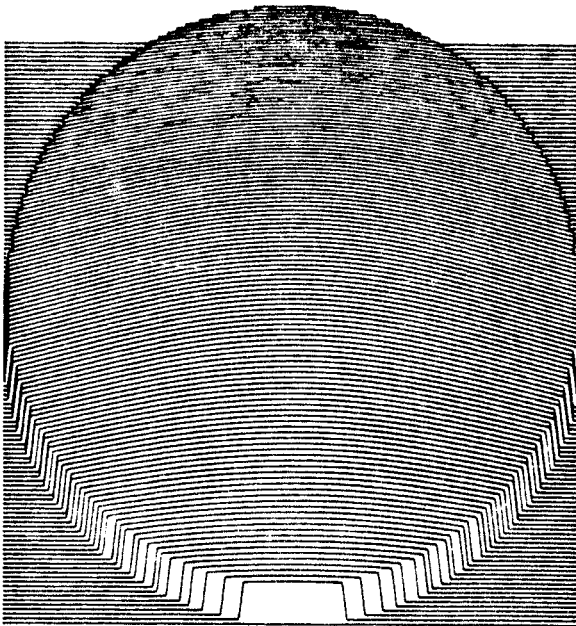
FOR041.HAN

a)



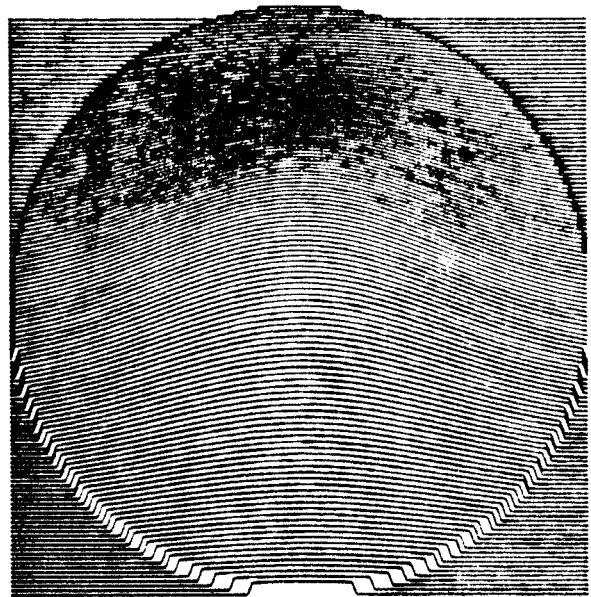
FOR044.HAM

b)



FOR042.SHP

c)



FOR043.GSS

d)

Figura 2. Resposta impulsiva de filtros. a) Hanning; b) Hamming; c) Shepp-Logan; d) Gauss (FWHM = 1.5)

A figura 3 mostra a influência do acréscimo do número de zeros na qualidade da reconstrução de um cilindro não centrado. Em todos os casos o filtro utilizado foi o Hamming, com interpolação bi-linear. A tabela ao lado fornece medidas quantitativas, quando comparados à imagem original. NRMSE :raiz quadrada do erro médio quadrático normalizado (-1 a 1)

	NRMSE global	NRMSE bordas	NRMSE interior ao cilindro
a (dobro)	0.0772	0.1535	0.0312
b (4x)	0.0557	0.1271	0.0060
c (8x)	0.0534	0.1234	0.0016

A opção 'b' representa uma boa solução considerando-se o tempo e a qualidade da reconstrução.

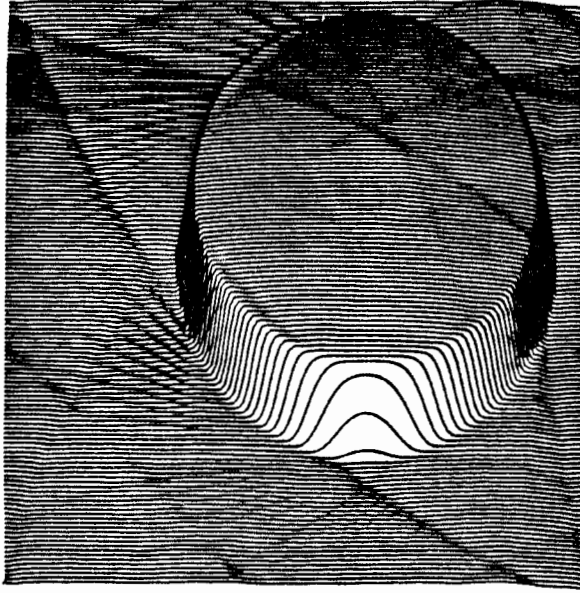
A figura 4 ilustra o efeito dos filtros aplicados no domínio da frequência, e a tabela abaixo as medidas quantitativas correspondentes:

filtro	NRMSE global	NRMSE bordas	NRMSE interior
nenhum	0.0304	0.0582	0.0086
Hanning	0.0587	0.1344	0.0060
Hamming	0.0557	0.1271	0.0060
Shepp-Logan	0.0365	0.0801	0.0066
Gaussian(1.5)	0.0509	0.1158	0.0061

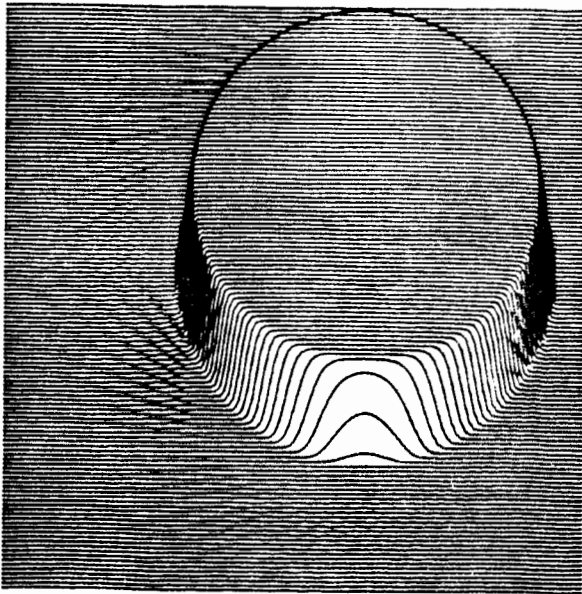
Concluimos que para a reconstrução de imagens com alta relação sinal/ruído, o método direto de Fourier com array processor é uma boa alternativa devido principalmente à velocidade, simplicidade e qualidade.

AGRADECIMENTOS

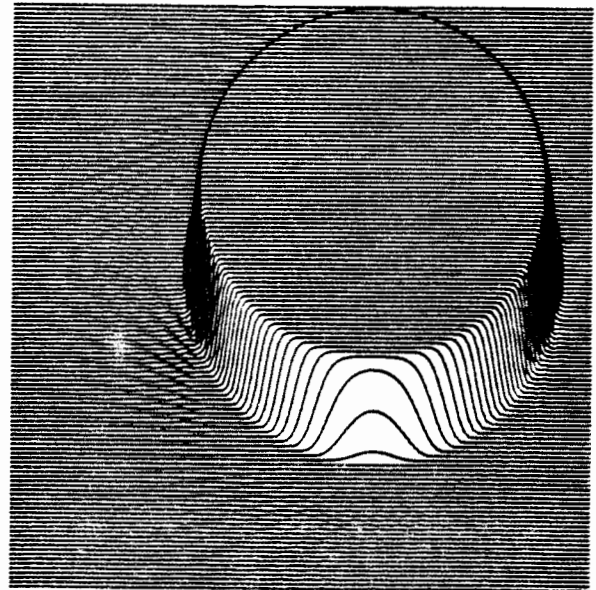
Este trabalho foi financiado pelo convenio bi-lateral CNPq/JSPS (Japão) sob o número 910059/88-8. Agradecemos ao Cândido Pinto de Melo e ao pessoal da Coordenadoria de Informática do InCor pelo incentivo e apoio.



a)



b)



c)

Figura 3. Influência do "zero padding" na reconstrução pelo método direto de Fourier. a) dobro; b) 4 vezes; c) 8 vezes

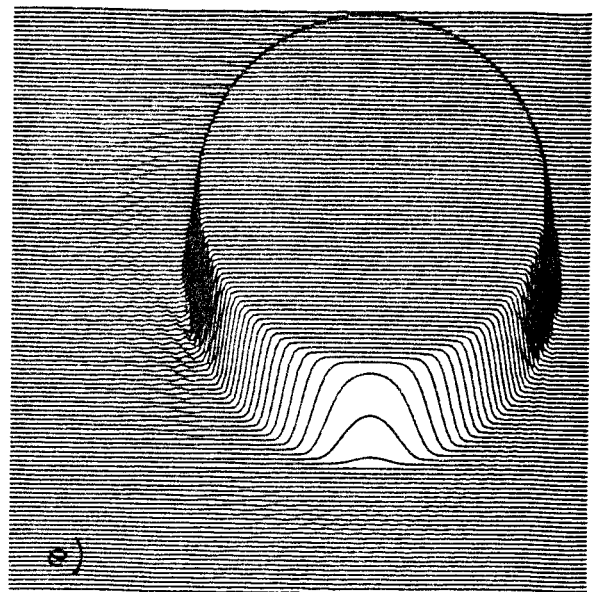
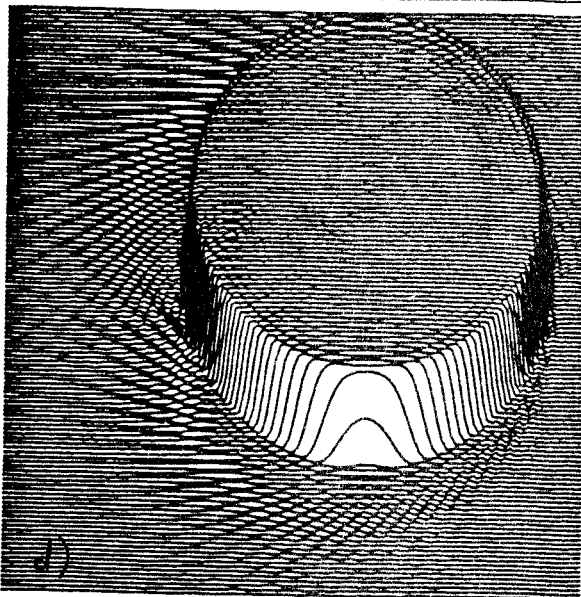
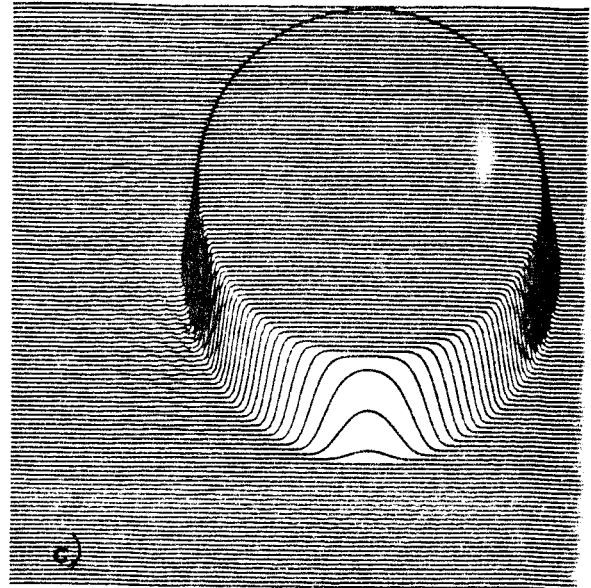
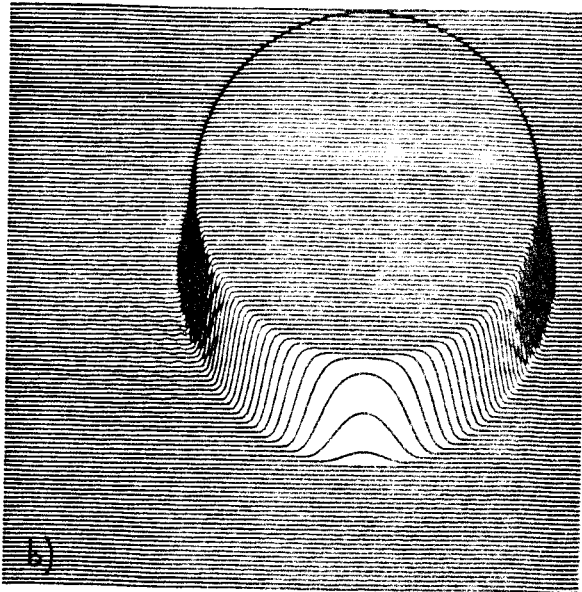
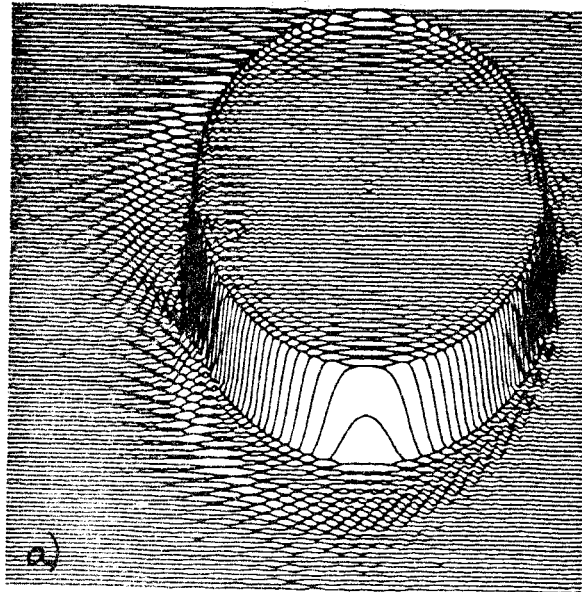


Figura 4. Efeito dos filtros no domínio da frequência na reconstrução; a) Nenhum; b) Hanning; c) Hamming; d) Shepp-Logan ; e) Gauss (FWHM = 1.5 pixel).

REFERÊNCIAS

- BRACEWELL, R.N.(1978) "The Fourier Transform and its Applications", McGraw Hill Book Comp., 1978.
- CENSOR, Y.(1983) "Finite Series-expansion reconstruction Methods", Proc. of the IEEE, vol.71, no3, march 1983, pp. 409-419.
- LEWITT,R.M.(1983) "Reconstruction Algorithms: Transform Methods", Proc. of the IEEE, vol, 71, no3, march 1983 pp. 390-408.
- STARK,H.(1979) "Sampling Theorems in polar coordinates", J.opt.Soc.Am, vol.69, noll, nov.1979, pp.1519-1525