

MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO PARA APLICAÇÃO EM IMAGENS DIGITALIZADAS

M. Luceneide Mota Revoredo, J.M.de Carvalho e Leunam R. Revoredo

DEE/CCT/UFRN

59.075 - Lagoa Nova - Natal-RN.

SUMÁRIO:

O presente trabalho tem por objetivo expor o desenvolvimento matemático dos métodos de interpolação com splines cúbicas, cujos resultados já foram publicados anteriormente pelo autor, e consiste em investigar como imagens digitalizadas podem ser decimadas para armazenamento ou transmissão e em seguida restauradas para o tamanho original por interpolação com splines cúbicas.

1. INTRODUÇÃO

O uso de funções splines cúbicas na interpolação/reconstrução de sinais digitais tem sido objeto de considerável atenção. O primeiro método de interpolação, denominado Método direto, utiliza splines cúbicas na sua forma mais básica. O segundo método utiliza as funções polinomiais em estruturas conhecidas como redes polifásicas, ou malhas polifásicas [1], [2].

2. MÉTODO DIRETO DE INTERPOLAÇÃO

Splines Cúbicas na sua forma mais básica, requerem o cálculo de um polinômio do terceiro grau para cada um dos intervalos de interpolação considerados. Os coeficientes destes polinômios são obtidos a partir das amostras do sinal a ser interpolado e das derivadas do mesmo nos pontos de amostragem, como mostrado abaixo:

$$A(1,J,K) = IZ(J,K)$$

$$A(2,J,K) = ZL(J,K)$$

$$A(3,J,K) = \{3[IZ(J,K+1) - IZ(J,K)] - [2ZL(J,K) + ZL(J,K+1)]\Delta X_K\} / \Delta X_K^2$$

$$A(4,J,K) = [-2[IZ(J,K+1) - IZ(J,K)] + [ZL(J,K) + ZL(J,K+1)]\Delta X_K] / \Delta X_K^3$$

onde,

J e K são as linhas e colunas da matriz, respectivamente

ΔX_K : espaçamento entre as amostras

A : coeficientes dos polinômios

IZ : amostras originais

ZL : derivadas nos pontos de amostragem

Inicialmente as derivadas nos pontos extremos do intervalo de amostragem são estimadas, para que a partir delas as demais sejam calculadas. Este cálculo envolve a inversão de uma matriz (N-2) X (N-2) de acordo com a matriz tridiagonal apresentada em [2], que foi expandida e utilizada em [1] para este método, e é mostrada abaixo:

$$\begin{bmatrix}
 4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 4 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 4 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & & & & \dots & & & \\
 \dots & & & & \dots & & & \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 4 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 4
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 ZL(J,K) \\
 ZL(J,K+1) \\
 \vdots \\
 ZL(J,NPD-1)
 \end{bmatrix}
 =
 \left(\frac{3}{\Delta X_K} \right)
 \begin{bmatrix}
 IZ(J,K+1) - IZ(J,K-1) - \left(\frac{\Delta X_K}{3} \right) \cdot ZL(J,K-1) \\
 IZ(J,K+2) - IZ(J,K) \\
 \vdots \\
 IZ(J,NPD) - IZ(J,NPD-2) - \left(\frac{\Delta X_K}{3} \right) ZL(J,NPD)
 \end{bmatrix}$$

onde, NPD é o número de amostras dadas.

Uma vez calculadas todas as derivadas e coeficientes, de termina-se os pontos interpolados através da expressão

$$IZ(J,K+1) = A(4,J,K) \Delta X_K^3 + A(3,J,K) \Delta X_K^2 + \\ + A(2,J,K) \Delta X_K + A(1,J,K)$$

No final, teremos uma matriz quadrada, denominada matriz intensidade de cor resultante, que é formada pelas amostras dadas e pelas interpoladas, determinadas através das expressões apresentadas.

3. INTERPOLAÇÃO COM REDES POLIFÁSICAS

A implementação de um método de interpolação através de malhas polifásicas, requer que cada ponto interpolado seja expresso como uma combinação linear das amostras originais do sinal, os coeficientes desta combinação correspondendo aos coeficientes de um dos filtros da malha polifásica [1]. Estes coeficientes são calculados a partir do fator de interpolação desejado e do número de amostras originais, não dependendo, entretanto, dos valores destas amostras.

As expressões para os coeficientes apresentadas anteriormente também podem ser expressadas através da equação a seguir

$$A(I,m,n) = \sum_{\ell=0}^{N-1} IZ(m,\ell+1).p(I,m,\ell) + ZL(m,1).p(I,m,N) + \\ + ZL(m,N).p(I,m,N+1)$$

sendo I os índices dos coeficientes das funções splines e N o tamanho da janela.

Deste modo, o conjunto de coeficientes dos filtros do interpolador, chamados de filtros polifásicos, não muda durante a operação do sistema, necessitando ser calculados apenas uma vez antes do início da operação [3].

A sequência interpolada para este método pode ser obtida através da expressão

$$S(x,m,n) = \sum_{\ell=0}^3 IZ(m,n-1+\ell) \cdot h(m,\ell,x), \quad x=0, 1, \dots, L-1$$

onde L é o fator de interpolação, enquanto m e n são os índices indicadores das linhas e colunas, respectivamente.

O diagrama de blocos da malha polifásica é mostrado na Figura 1. O sistema é composto por L filtros de comprimento M , onde L é o fator de interpolação, isto é, o número de pontos interpolados para cada amostra original, e M o número de amostras originais utilizadas nos cálculos.

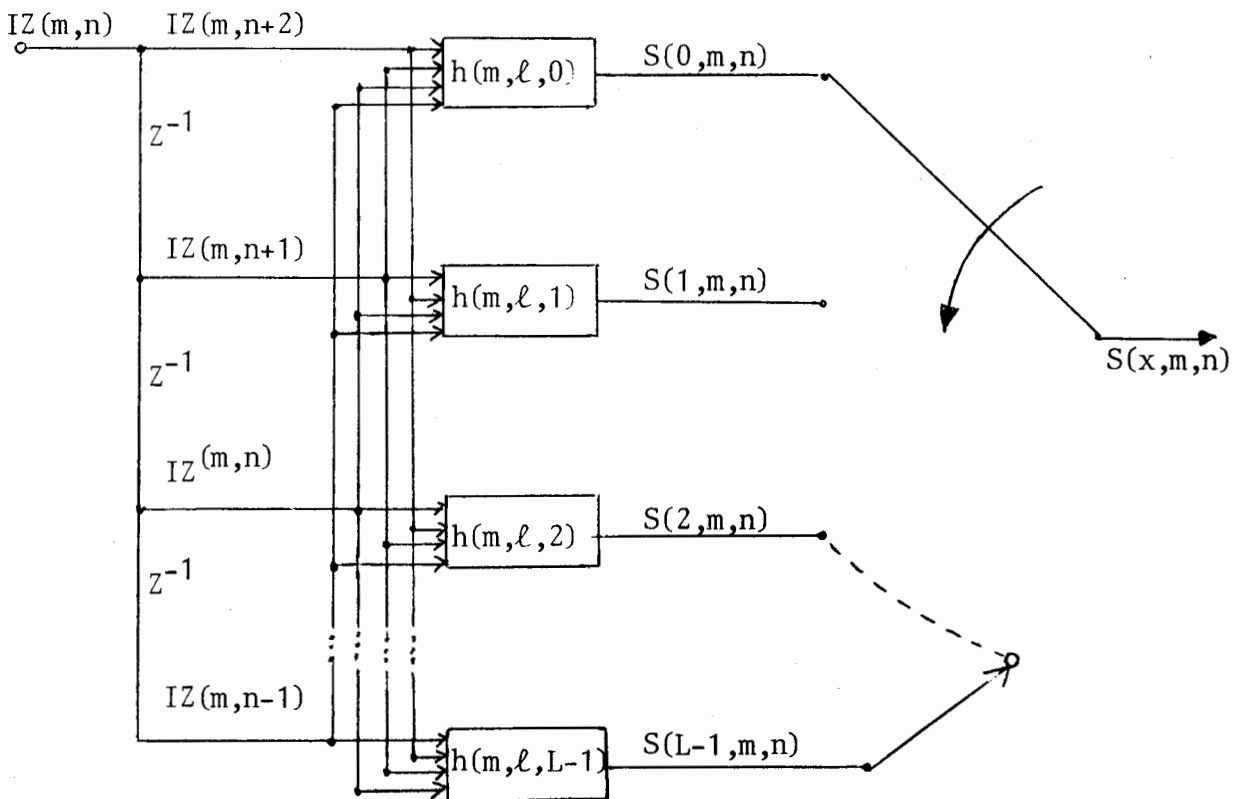


FIGURA 1 - Diagrama de blocos da Rede Polifásica

Cada filtro polifásico tem a configuração apresentada na Figura 2.

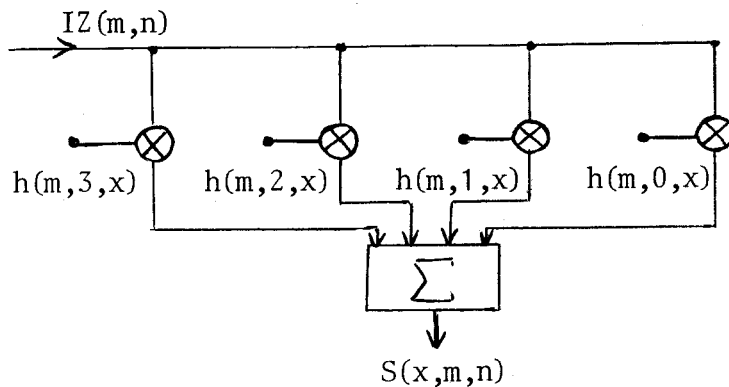


FIGURA 2 - Filtro Polifásico

Como mencionado anteriormente, o conjunto de coeficientes $h(m,\ell,x)$ dos filtros polifásicos é constante para dados valores de M e L , podendo ser determinado antes do processamento ser iniciado. Uma vez calculados estes coeficientes cada pixel interpolado (no caso da interpolação de imagens) necessita apenas de quatro multiplicações e três adições para ser gerado.

4. CONCLUSÕES

Os resultados apresentados por estes dois métodos foram considerados bastante satisfatórios. Embora o método direto apresente a desvantagem de ser computacionalmente dispendioso para grandes valores do número N de amostras considerado, o método usando redes polifásicas produziu resultados satisfatórios para M menor ou igual a quatro, resultando em um sistema que associa simplicidade com velocidade de operação [1].

Uma idéia que está sendo analisada é a aplicação do método utilizando redes polifásicas para um tamanho de janela M maior do que quatro. A princípio é esperado que os resultados melhorem significativamente com o aumento de M .

Um outro aspecto que está sendo investigado é o processamento das imagens interpoladas por algoritmos que realizam operações de realce de bordas, cujo objetivo é diminuir o borramento observado nas bordas das imagens interpoladas [4], [5].

Embora a precisão obtida com a interpolação tenha sido prejudicada devido as limitações de equipamento (somente 32 níveis

de cinza foram usados na imagem processada), espera-se com a utilização de um sistema com capacidade para 256 níveis de cinza melhorar bastante a qualidade das imagens restauradas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] M.Luceneide M.Revoredó e J.M.de Carvalho; "Interpolação de Imagens com Splines Cúbicas", Anais do I SBCGPI, Petrópolis , Rio de Janeiro, Abril, 1988.
- [2] J.M.de Carvalho; "Cubic Spline, Polyphase Networks, and Real - Time Interpolation", Tese de Doutorado, University of Waterloo, Waterloo, Canada, Outubro, 1984.
- [3] R.E. Crochiere e L.R. Rabiner; "Multirate Digital Signal Processing", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, EUA , 1983.
- [4] R.C. Gonzalez e P.Wintz; "Digital Image Processing", Addison - Wesley, New York, EUA, 1977.
- [5] R.W. Schafer e L.R. Rabiner; "A Digital Signal Processing Approach to interpolation", Proceedings of the IEEE, Vol. 61, Nº 6, pp. 692-702, Junho, 1973.