

# Utilização de Bordas para Redução do Erro em Shape From Shading

JÚLIO KIYOSHI HASEGAWA<sup>1</sup>  
CLÉSIO LUIS TOZZI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UNESP - Universidade Estadual Paulista - Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Departamento de Cartografia  
19060-900 Presidente Prudente, SP, CP. 957  
e-mail: ueppr@eu.ansp.br; Tel. (0182)21-5388; Fax. (0182)33-2227;

<sup>2</sup>UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação  
Departamento de Engenharia da Computação e Automação - DCA  
13081-970 Campinas, SP, CP. 6101  
e-mail: clesio@dca.fee.unicamp.br  
Tel. (019)239-7372; Fax. (019)239-1395;

**Abstract.** This paper proposes the use of occluding and self-shadow boundaries for reducing the error in the SFS reconstruction. Based on the SFS approach proposed in [Hasegawa and Tozzi (1996)] it is shown that the inclusion of boundary information reduces the error without increasing the dimension of the system of equations and the computational efforts for its solution.

**Key-words:** Shape for Shading, photometry, photogrametry, reconstruction, occluding boundary, self-shadow boundary .

## 1 Introdução

*Shape from Shading* (SFS) é um procedimento fotométrico que utiliza a intensidade de luz refletida do objeto e capturada pelo sistema de imageamento como uma das formas de reconstrução de superfícies. A aplicação desta técnica no processo de reconstrução de superfícies foi introduzida por Horn, segundo [Ballard e Brown (1982)], tendo posteriormente recebido a atenção de outros pesquisadores que propuseram diferentes métodos para a solução deste problema.

A maioria dos algoritmos para reconstrução de superfícies baseados na técnica de *Shape from Shading*, considera o sistema de projeção ortográfico na formação da imagem [Ballard e Brown (1982)], [Brooks and Horn (1989)], [Bruckstein (1988)], [Horn - (1977)], [Horn and Brooks (1989)], [Horn and Brooks (1990)], [Knill and Kersten (1989)]. No caso de imagens reais, erros significativos podem ser provocados pelo fato de se adotar o sistema de projeção ortográfico ao invés do sistema de projeção perspectivo, dado que este último é a base de formação de imagens em quase todos os dispositivos de aquisição. Estes erros se tornam mais acentuados quanto mais próximo o dispositivo de aquisição estiver do objeto, ou no caso de grande variação na dimensão do objeto ao longo do eixo ótico (profundidade). A abordagem do problema de *shape from shading* com base na projeção perspectiva é considerada por vários autores, entre os quais [Penna (1989a)], [Penna (1989b)],

[Lee and Kuo (1994)] e [Hasegawa e Tozzi (1996)]. Na abordagem apresentada em [Hasegawa e Tozzi (1996)], além de se considerar a projeção perspectiva na formação da imagem, é realizada também a calibração da câmera simultaneamente com a reconstrução da superfície.

Para qualquer das abordagens consideradas para solução do problema de SFS, a qualidade dos resultados obtidos está relacionada com a possibilidade de se estabelecer condições iniciais apropriadas para a solução do sistema de equações resultantes, ou seja, é de extrema importância o estabelecimento prévio da forma aproximada da superfície que se deseja reconstruir.

Com base no desenvolvimento realizado pelos autores, foi observado que a qualidade da forma inicial da superfície pode ser enriquecida com a inclusão de informações adicionais, como por exemplo pontos singulares, pontos especulares e arestas (mais especificamente as bordas de oclusão e sombreamento), o que permite a redução da ambigüidade na reconstrução da superfície, aceleração da convergência e diminuição do erro de reconstrução.

Deste modo, este trabalho propõe, com base no modelo de reconstrução apresentado em [Hasegawa e Tozzi (1996)], a utilização destas informações adicionais na solução do problema de SFS.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2 é apresentada uma revisão do modelo

proposto em [Hasegawa e Tozzi (1996)]; na seção 3 são apresentadas considerações e definições relacionadas com o estabelecimento das bordas de oclusão e sombreamento; na seção 4 as injunções estabelecidas pelas bordas de oclusão e sombreamento são incorporadas ao modelo considerado; na seção 5 são apresentados os resultados obtidos, e na seção 6 são apresentadas as conclusões finais.

## 2 O Modelo Matemático

O método para solução do problema de SFS apresentado em [Hasegawa e Tozzi (1996)] é formalizado considerando as equações de colinearidade (Eqs. (3) e (4)) e a equação de *shading* (Eq. (5)), resulta num modelo matemático explícito e utiliza um processo iterativo para a solução do sistema de equações. Este modelo é apresentado em detalhes nas seções 2.1 a 2.3.

### 2.1 A equação de colinearidade

A equação de colinearidade representa, matematicamente, o processo de formação da imagem e relaciona as coordenadas dos pontos no espaço objeto (3D) e suas coordenadas correspondentes no espaço imagem (2D). A equação de colinearidade se fundamenta na condição de que o centro perspectivo, o ponto imagem e o ponto objeto pertencem a uma mesma reta.

Seja o sistema referencial imagem estabelecido com origem no centro de projeção. Um ponto  $P(X, Y, Z)$  no espaço 3D, descrito em relação a este referencial, é relacionado com o ponto  $p(x, y, f)$  na imagem através das equações de perspectiva (Eq. (1)).

$$x_p = -f \frac{X_p'}{Z_p'} \quad y_p = -f \frac{Y_p'}{Z_p'} \quad (1)$$

Considerando o sistema referencial imagem posicionado e orientado no espaço objeto (ver Fig. 1), o ponto  $P(X_P, Y_P, Z_P)$ , descrito em relação ao sistema referencial objeto, é relacionado com o ponto  $p(x_p', y_p', z_p')$ , descrito no sistema referencial imagem, pela equação (2). Esta equação representa uma transformação de similaridade (ou isogonal) e estabelece a transformação entre os dois sistemas referenciais.

$$\begin{bmatrix} X_p' \\ Y_p' \\ Z_p' \end{bmatrix} = \lambda M \begin{bmatrix} X_p - X_c \\ Y_p - Y_c \\ Z_p - Z_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde:  $M = R_z(\kappa)R_y(\phi)R_x(\omega)$

e,

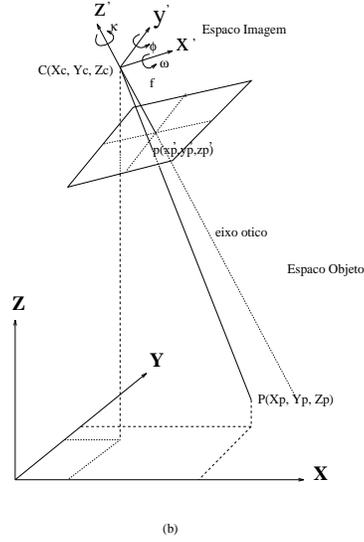


Figura 1: Sistemas de coordenadas da imagem ( $x, y, z$ ) e do objeto ( $X, Y, Z$ )

$X_p', Y_p'$  e  $Z_p'$  são as coordenadas cartesianas de P em relação ao sistema de coordenadas da imagem;

$X_p, Y_p$  e  $Z_p$  são as coordenadas cartesianas de P em relação ao sistema de coordenadas do objeto;

$X_c, Y_c$  e  $Z_c$  são as coordenadas do centro perspectivo em relação ao sistema de coordenadas do objeto;

$\lambda$  é um fator de escala entre os dois sistemas de referência;

$R_z(\kappa), R_y(\phi)$  e  $R_x(\omega)$  são as matrizes de rotação em torno dos eixos Z, Y e X, respectivamente;

$\kappa, \phi$  e  $\omega$  são os ângulos de rotação em torno dos eixos Z, Y e X, respectivamente.

Assim, substituindo a equação (2) na equação (1), resulta:

$$x_p = -f \frac{m_{11}(X_p - X_c) + m_{12}(Y_p - Y_c) + m_{13}(Z_p - Z_c)}{m_{31}(X_p - X_c) + m_{32}(Y_p - Y_c) + m_{33}(Z_p - Z_c)} \quad (3)$$

$$y_p = -f \frac{m_{21}(X_p - X_c) + m_{22}(Y_p - Y_c) + m_{23}(Z_p - Z_c)}{m_{31}(X_p - X_c) + m_{32}(Y_p - Y_c) + m_{33}(Z_p - Z_c)} \quad (4)$$

que são conhecidas como as equações de colinearidade e utilizadas na formalização da solução para os problemas de calibração de câmeras e reconstrução de superfícies<sup>1</sup>.

### 2.2 Equação de Shading

Seja uma superfície Lambertiana iluminada por uma fonte de luz pontual e sua imagem obtida por um

<sup>1</sup>O desenvolvimento mais detalhado das equações (3) e (4) pode ser encontrado em [Hasegawa e Tozzi (1996)].

sistema no qual a formação da imagem é gerenciada pela lei da projeção perspectiva (Fig. 2). Para o ponto  $P_{(i,j)}$  sobre a superfície, definido pelas coordenadas  $X_{(i,j)}$ ,  $Y_{(i,j)}$  e  $Z_{(i,j)}$  no sistema referencial objeto, resulta um valor de intensidade luminosa determinado pela equação de *shading*.

$$I_{i,j} = K_d \cos(\mathbf{i}) \quad \text{ou} \quad I_{i,j} = K_d \frac{V_n \cdot V_l}{|V_n||V_l|} \quad (5)$$

onde:

$K_d$  é o índice de reflexão difusa da superfície;  
 $V_n$  é o vetor normal à superfície no ponto  $P_{(i,j)}$ ;  
 $V_l$  o vetor direção do raio de luz que ilumina o ponto  $P_{(i,j)}$ ; e  
 $\mathbf{i}$  é o ângulo formado entre os vetores  $V_n$  e  $V_l$ .

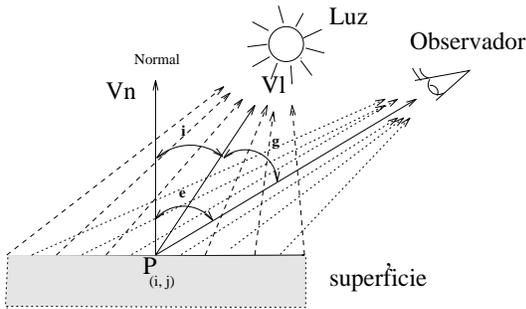


Figura 2: Modelo de iluminação considerando a superfície Lambertiana com fonte de luz pontual e projeção perspectiva

No caso de uma fonte de luz pontual posicionada a uma distância finita, o vetor  $V_l$  é função das coordenadas do ponto  $P_{(i,j)}$  e da posição da fonte de luz  $P_l$  (conforme Fig. 2), e pode ser escrito como,

$$V_l = P_{(i,j)} - P_l \quad (6)$$

ou,

$$V_l = \frac{[X_{(i,j)} - X_l]}{D_l} \vec{i} + \frac{[Y_{(i,j)} - X_l]}{D_l} \vec{j} + \frac{[Z_{(i,j)} - Z_l]}{D_l} \vec{k} \quad (7)$$

onde:

$$D_l = \sqrt{(X_{(i,j)} - X_l)^2 + (Y_{(i,j)} - X_l)^2 + (Z_{(i,j)} - Z_l)^2}$$

e,  
 $X_{(i,j)}$ ,  $Y_{(i,j)}$  e  $Z_{(i,j)}$  são as coordenadas do ponto  $P_{(i,j)}$  com referência ao sistema de coordenadas do espaço objeto;

$X_l$ ,  $Y_l$  e  $Z_l$  são as coordenadas da fonte de luz com referência ao sistema de coordenadas do espaço objeto.

O vetor  $V_n$ , normal à superfície no ponto  $P_{(i,j)}$ , pode ser expresso genericamente pelo produto vetorial dos vetores definidos pelos pontos  $[P_{(i,j)}, P_{(i+1,j)}]$  e  $[P_{(i,j)}, P_{(i,j+1)}]$ , o que corresponde a uma aproximação do vetor  $V_n$  pelo vetor normal a um *patch* planar definido pelos três pontos considerados.

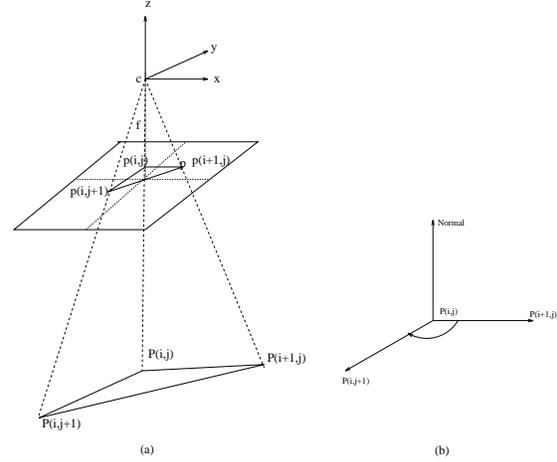


Figura 3: (a) modelo esquemático que define a correspondência entre o *patch* no espaço objeto e espaço imagem. (b) Vetores que definem o vetor normal à superfície

A Figura 3 (b) mostra um *patch* e os pontos utilizados no cálculo da normal. Os índices  $i$  e  $j$  referem-se à posição do pixel na imagem, enquanto que  $X_{(i,j)}$ ,  $Y_{(i,j)}$ ,  $Z_{(i,j)}$ , correspondem às coordenadas do ponto no sistema de coordenadas do objeto.

Assim, o vetor normal ao ponto  $P_{(i,j)}$  pode ser escrito,

$$V_n = (P_{i,j} - P_{i+1,j}) \times (P_{i,j} - P_{i,j+1})$$

que na forma expandida resulta:

$$\begin{aligned} V_n = & ((Y_{(i,j)} - Y_{(i+1,j)})(Z_{(i,j)} - Z_{(i,j+1)}) - \\ & (Y_{(i,j)} - Y_{(i,j+1)})(Z_{(i,j)} - Z_{(i+1,j)})) \vec{i} + \\ & ((X_{(i,j)} - X_{(i,j+1)})(Z_{(i,j)} - Z_{(i+1,j)}) - \\ & (X_{(i,j)} - X_{(i+1,j)})(Z_{(i,j)} - Z_{(i,j+1)})) \vec{j} + \\ & (X_{(i,j)} - X_{(i+1,j)})(Y_{(i,j)} - Y_{(i,j+1)}) - \\ & (X_{(i,j)} - X_{(i,j+1)})(Y_{(i,j)} - Y_{(i+1,j)}) \vec{k}. \end{aligned} \quad (8)$$

### 2.3 O Modelo Matemático de Reconstrução da Superfície

O modelo híbrido proposto em [Hasegawa e Tozzi (1996)] para reconstrução da superfície e calibração da câmera foi desenvolvido a partir das equações de colinearidade (Eqs. (3) e (4)) e da equação de *Shading* (Eq. (5)).

A intensidade  $I_{(i,j)}$  do pixel pode ser reescrita como uma função das coordenadas dos pontos envolvidos no cálculo do vetor normal à superfície. Substituindo  $V_i$  (Eq. (7)) e  $V_n$  (Eq. (8)) na equação (5), obtém-se a equação de *shading* para o ponto  $(i,j)$ , que pode ser representada como uma função dos 9 parâmetros envolvidos:

$$I_{i,j} = F_{I_{i,j}}(X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j}, X_{i+1,j}, Y_{i+1,j}, Z_{i+1,j}, X_{i,j+1}, Y_{i,j+1}, Z_{i,j+1}). \quad (9)$$

Considerando o ponto  $P(i,j)$  e utilizando as equações de colinearidade (Eqs. (3), (4)), obtém-se as coordenadas do ponto na imagem:

$$x_{i,j} = -f \frac{m_{11}(X_{i,j} - X_c) + m_{12}(Y_{i,j} - Y_c) + m_{13}(Z_{i,j} - Z_c)}{m_{31}(X_{i,j} - X_c) + m_{32}(Y_{i,j} - Y_c) + m_{33}(Z_{i,j} - Z_c)}, \quad (10)$$

$$y_{i,j} = -f \frac{m_{21}(X_{i,j} - X_c) + m_{22}(Y_{i,j} - Y_c) + m_{23}(Z_{i,j} - Z_c)}{m_{31}(X_{i,j} - X_c) + m_{32}(Y_{i,j} - Y_c) + m_{33}(Z_{i,j} - Z_c)}, \quad (11)$$

que podem ser representadas como uma função dos 9 parâmetros envolvidos:

$$x_{i,j} = F_{x_{i,j}}(\kappa, \phi, \omega, X_c, Y_c, Z_c, X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j}); \quad (12)$$

$$y_{i,j} = F_{y_{i,j}}(\kappa, \phi, \omega, X_c, Y_c, Z_c, X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j}). \quad (13)$$

Repetindo o procedimento utilizado para o ponto  $P(i,j)$ , resulta para os pontos  $P(i+1,j)$  e  $P(i,j+1)$ , equações similares as equações (10) e (11), formando para estes três pontos um sistema de equações que tem como incógnitas os 6 parâmetros de orientação da câmera e mais 3 coordenadas por ponto considerado.

Como observado em [Hasegawa e Tozzi (1996)] para solução do sistema é necessário uma configuração mínima de 3x3 pontos. Entretanto, a utilização desta configuração mínima de pontos na solução do problema de *shape from shading* não resulta numa solução confiável, podendo o resultado não convergir para a verdadeira solução. Esta situação é agravada pela presença de ruídos que podem afetar o resultado de forma significativa. Assim, é necessário que se utilize uma solução simultânea para todos os pontos da imagem, visto que quanto maior o número de pontos considerados maior é o grau de liberdade (número de equações - número de incógnitas) e maior a confiabilidade do resultado obtido.

### 3 Considerações sobre as Bordas

Na solução apresentada em [Hasegawa e Tozzi (1996)] as informações de borda não são consideradas. Entretanto, como já observado na introdução deste trabalho, as bordas de oclusão e de sombreado contém informações importantes que podem ser exploradas diretamente pela imposição de injunções na solução do problema de SFS.

Segundo [Ikeuchi and Horn (1989)], o contorno da projeção de um objeto no plano da imagem é chamado de silhueta. Esta silhueta pode ser originada pela posição do observador (borda de oclusão) ou pela posição da fonte de luz (borda de sombreado).

#### 3.1 Bordas de Sombreamento

Esta situação ocorre quando o plano tangente ao ponto na superfície contém a fonte de luz (ver Fig. 4). Neste caso as bordas de sombreado têm a sua orientação conhecida, ou seja, a direção do vetor normal à superfície e a direção da fonte de luz formam um ângulo reto ( $90^0$ ). Esta situação é caracterizada na imagem por regiões da silhueta com intensidade nula e valores próximos de zero nos pontos vizinhos, na direção interna a superfície imageada.

Assim, uma vez detectados na imagem os pontos que formam as bordas de sombreado, fica estabelecida a orientação da normal do ponto correspondente na superfície.

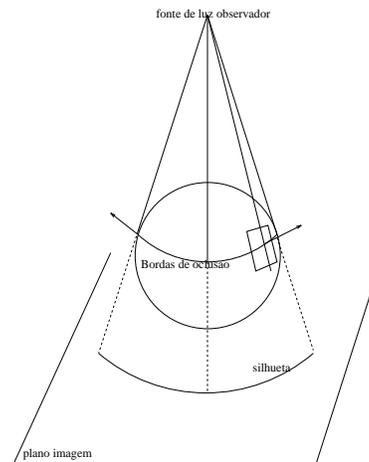


Figura 4: Borda de oclusão para observador e fonte de luz na mesma posição

### 3.2 Bordas de Oclusão

Esta situação ocorre quando o plano tangente ao ponto na superfície contém o observador (ver Fig. 5). Esta situação é caracterizada na imagem por regiões da silhueta com valores de intensidade não nula. Contrariamente ao observado para a borda de sombreamento, neste caso nada se pode afirmar sobre a orientação da normal do ponto correspondente na superfície.

### 3.3 Caracterização das Bordas

Uma vez detectados na imagem os pontos que formam as silhuetas, fica pendente o estabelecimento de sua classificação em bordas de oclusão ou sombreamento. A definição de limiares adequados para separação das bordas é dependente da imagem e sua determinação não é imediata.

Para superar a dificuldade na classificação dos pontos da silhueta (oclusão ou sombreamento) é utilizada a característica do procedimento aplicado na solução do sistema de equações. Este procedimento permite ponderar a qualidade das medidas, que neste caso são representadas pelos valores iniciais atribuídos. Para as bordas são estipulados valores de ponderação inversamente proporcionais aos valores da intensidade. As bordas de sombreamento são altamente ponderadas, pois possuem valores próximos de zero enquanto as bordas de oclusão são menos ponderadas no caso de valores de intensidade altos e mais ponderadas a medida que se aproximam das bordas de sombreamento. Este último caso ocorre quando não existe grande variação entre a posição do observador e da fonte de luz e as bordas de oclusão e sombreamento tornam-se coincidentes.

## 4 Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

Os aspectos relacionados com a resolução do sistema de equações resultante da aplicação do modelo proposto serão discutidos nesta seção.

### 4.1 Solução pelo MMQ

O sistema de equações resultante do modelo considerado envolve equações não lineares (Eqs. (3), (4) e (5)), e para sua solução é aplicada a técnica de Linearização por Série de Taylor. As derivadas parciais das equações (3), (4) e (5) são apresentadas em [Hasegawa e Tozzi (1996)].

Observa-se das equações (3), (4) e (5) que estas são funções explícitas dos parâmetros e podem ser reescritas na forma matricial,

$$F(X_a) = L_a \quad (14)$$

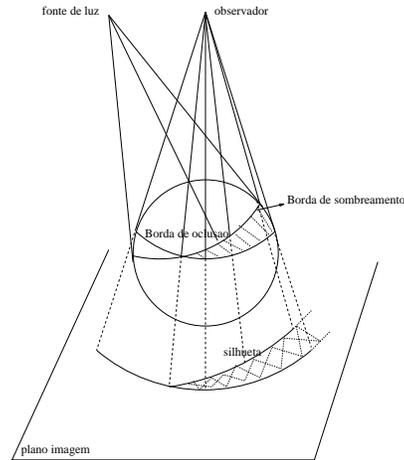


Figura 5: Borda de oclusão para observador e fonte de luz em posições diferentes

onde,  $L_a$  é o vetor das observações;  $X_a$  é o vetor das incógnitas, que neste caso são as coordenadas dos pontos no espaço objeto e os parâmetros de calibração da câmera.

Considerando a existência de erros nas observações e aplicando a linearização por Série de Taylor, a equação (14) assume a seguinte forma linear,

$$V = A \cdot DX + L, \quad (15)$$

com

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} |_{X_a = X_0} \quad (16)$$

$$L = L_0 - L_b,$$

$$L_0 = F(X_0)$$

onde,

$L_b$  é o vetor dos valores observados (valores das coordenadas dos pontos e das intensidades dos pixels);

$X_0$  é o vetor dos valores iniciais;

$V$  é o vetor dos resíduos; e

$DX$  é o vetor das correções aos parâmetros aproximados.

Assim, da minimização da forma quadrática  $V^t P V$ , obtém-se:

$$DX = -(A^t P A)^{-1} (A^t P L), \quad (17)$$

com,

$$P = \sigma_0^2 \left( \sum \right)_{L_b}^{-1}, \quad (18)$$

onde:

$\sigma_0^2$  é a variância da observação a priori de peso unitário;

$\Sigma$  é uma matriz que representa a variância-covariância dos valores observados.

A matriz A é formada pelas derivadas parciais das equações (3), (4) e (5) e cada linha é determinada por uma observação.

A solução de um sistema de equações pelo uso do método paramétrico consiste basicamente em atribuir valores iniciais aproximados para as incógnitas do vetor  $X_a$ , representados pelo vetor  $X_0$ , e iterativamente determinar a correção deste vetor inicial como indicado na equação (19).

$$X_a = X_0 + DX \quad (19)$$

Desta forma, a obtenção do valor final de  $X_a$  é feita iterativamente, usando as equações (19) e (20), até que o critério de convergência seja satisfeito.

$$X_0^i = X_0^{i-1} + DX^i. \quad (20)$$

#### 4.2 Injunções Relativas a Calibração da Câmera

No caso da solução do sistema de equações considerado, que inclui a calibração da câmera, é necessário o conhecimento prévio de alguns pontos sobre a superfície a ser reconstruída e que serão introduzidos na solução na forma de injunções.

O modelo matemático da injunção pode ser representado na forma matricial:

$$G(X_a) = R_{X_a}; \quad (21)$$

onde,

$R_{X_a}$  é um vetor (ux1) contendo os valores dos parâmetros de injunção observados ajustados.

A partir da equação (21), utilizando as mesmas considerações apresentadas para determinação da equação (17), e definindo

$$C = \frac{\partial G}{\partial X_a} |_{X_a = X_0}, \quad (22)$$

resulta:

$$DX = -(A^t P A + C^t \bar{P} C)^{-1} (A^t P L + C^t \bar{P} R) \quad (23)$$

onde  $R = R_0 - R_{X_b}$ , representa a diferença entre o valor do parâmetro estimado (ajustado) e seu valor fixado pela injunção.

Assim, a equação (23) representa o modelo geral (com injunções relativas a calibração de câmeras) para o processamento com MMQ.

#### 4.3 Injunções Relativas à Borda de Oclusão e Sombreamento

No caso das informações adicionais consideradas neste trabalho, tendo sido determinada as bordas de oclusão ou de sombreamento, os pontos que as constituem serão utilizados como pontos de injunção. O modelo matemático funcional para as injunções será determinado pelo produto interno do vetor direção da luz e do vetor normal à superfície no ponto.

O modelo matemático desta injunção será definido por:

$$\frac{V_n \cdot V_l}{|V_n| |V_l|} = \cos(90) = 0, \quad (24)$$

com,

$$V_l = [(X_{(i,j)} - X_l), (Y_{(i,j)} - Y_l), (Z_{(i,j)} - Z_l)],$$

$$V_n = [n_x, n_y, n_z].$$

Neste caso, o vetor normal  $V_n$  será calculado para todos os *patches* que incluem o ponto considerado, e o valor escolhido para a normal ao ponto será o que produzir o maior ângulo entre o vetor normal e vetor direção da fonte de luz.

A equação (24) pode ser reescrita na forma matricial

$$H(X_a) = S_{X_a} \quad (25)$$

onde,

$S_{X_a}$  é um vetor (ux1) contendo os valores dos parâmetros de injunção observados; e

$H(X_a)$  representa uma função (injunção) que descreve uma condição a ser imposta.

Fazendo as mesmas considerações apresentadas no item 4.2, tem-se para a equação de injunção:

$$B = \frac{\partial H}{\partial X_a} |_{X_a = X_0}. \quad (26)$$

A matriz B é formada pelas derivadas parciais da equação (24) em relação aos parâmetros variáveis ( $X_{(i,j)}, Y_{(i,j)}, Z_{(i,j)}$ ) e cada linha é definida por um ponto pertencente a silhueta (observação).

Assim, desenvolvendo da mesma forma que no item 4.2, obtém-se a equação (27):

$$DX = -(A^t P A + C^t \bar{P} C + B^t P_b B)^{-1} (A^t P L + C^t \bar{P} R + B^t P_b S) \quad (27)$$

que é o modelo geral (com as injunções) para o processamento com MMQ do modelo proposto, considerando as informações de borda.

## 5 Experimentos e resultados

Com a finalidade de verificar o desempenho do método proposto em relação as informações de bordas, foram sintetizadas imagens de intensidade e profundidade para superfícies esféricas e cilíndricas.

Para avaliação da precisão da reconstrução foram determinadas as diferenças ponto a ponto entre as coordenadas dada pela imagem de profundidade sintetizada e a obtida pelo método de reconstrução proposto. A Tabela 1 apresenta, para cada experimento, os desvios padrões dos erros determinados para as três coordenadas. Nesta tabela:

$Z_m$  identifica a distância de projeção máxima;

**Sup.** identifica o tipo de superfície utilizado na geração da imagem; e

**IB** representa se o processamento foi realizado com ou sem informações de bordas.

Em todos os casos as imagens foram geradas utilizando distância focal de 60 mm.

Tabela 1: Desvio padrão para as coordenadas nos testes realizados

Teste	Descrição			Desvio Padrão		
	$Z_m$ (mm)	Sup.	IB	X	Y	Z
a	1800	esf.	sim	0.219	0.219	3.452
c	1800	esf.	não	0.229	0.229	3.523
b	5400	esf.	sim	0.290	0.290	5.074
d	5400	esf.	não	0.306	0.306	5.214
e	1800	cil.	sim	0.389	0.442	5.001
g	1800	cil.	não	0.437	0.451	5.234
f	5400	cil.	sim	0.512	0.546	6.908
h	5400	cil.	não	0.551	0.600	7.007

Da análise dos resultados apresentados na Tabela 1 observa-se uma redução no erro médio da reconstrução quando as informações de borda são utilizadas.

## 6 Conclusão

Todas as equações do modelo, inclusive as relacionadas com as de injunção das bordas, foram formuladas de modo explícito de maneira a permitir a utilização do método dos mínimos quadrados na solução do sistema.

A integração das informações de borda, na forma de injunções, ao modelo proposto por [Hasegawa e Tozzi (1996)] para solução do problema de SFS reduziu o erro de reconstrução.

A inclusão das injunções de borda não acarreta aumento na dimensão do sistema de equações e portanto não representa aumento do esforço computacional.

## 7 Referências

- D.H. BALLARD and C.M. BROWN. *Computer Vision*. Prentice Hall, 1982.
- M.J. BROOKS and B.K.P. HORN. Shape and source from shading. *In Shape from Shading*, BROOKS, M. J. and HORN, B. K. P.(Eds), pages 53–68, 1989.
- A.M. BRUCKSTEIN. On shape from shading. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 44:139–154, 1988.
- J.K. HASEGAWA and C.L. TOZZI. Shape from shading with perspective projection and camera calibration. *Computer and Graphics - to appear in 20(9)*, june, 1996.
- B.K.P. HORN. Understanding image intensities. *Artificial Intelligence*, 8:201–231, 1977.
- B.K.P. HORN and M.J. BROOKS. Shape from shading. *In Shape from Shading*, BROOKS, M. J. and HORN, B. K. P.(Eds), pages 01–28, 1989.
- B.K.P. HORN and M.J. BROOKS. The variational approach to shape from shading. *International Journal of Computer Vision*, 5:37–75, 1990.
- K.IKEUCHI and B.K.P. HORN. Numerical shape from shading and occluding boundaries. *In Shape from Shading*, BROOKS, M. J. and HORN, B. K. P.(Eds), pages 245 – 299, 1989.
- D.C. KNILL and D.KERSTEN. Learning a near-optimal estimator for surface shape from shading. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 50:75 – 100, 1990.
- K.M. LEE and J.KUO. Shape from shading with perspective projection. *CVGIP:Image Understanding*, 59(2): 202 – 212, march 1994.
- M.A. PENNA. Local and semi-local shape from shading for a single perspective image of a smooth object. *CVGIP*, 46:346 – 366, 1989a.
- M.A. PENNA. A shape from shading analysis for a single perspective image of a polyhedron. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(6), 1989b.