

Um Método Baseado na Taxa de Falsas Descobertas de Coeficientes para a Redução de Ruído em Imagens no Domínio da Transformada de Wavelets

WENEIDNER MOURA DE SOUZA¹
DANIEL TÁVORA DE QUEIROZ COBRA²

¹ Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade de Brasília
70910-900 Brasília – DF, Brasil
nei@gpds.unb.br

² Gyron Sistemas Autônomos Ltda.
Rua Lauro Linhares, 589 – Trindade
88036-002 Florianópolis – SC, Brasil
cobra@gyron.acate.com.br

Abstract. We propose a technique for the reduction of speckle noise in images based on the method of False Discovery Rate of Coefficients (FDRC). This is a de-noising algorithm, i. e., an algorithm for noise reduction in the wavelet transform domain. We have extended the FDRC algorithm to the two-dimensional case and have incorporated the cycle-spinning technique in order to deal with the pseudo-Gibbs phenomenon. Our technique can thus be classified as a second-generation de-noising algorithm. The method is adaptive in nature and is based on hypothesis testing, seeking to control the expected proportion of wavelet coefficients that are incorrectly included among those used to reconstruct the image. We provide an example of the application of the proposed method to the reduction of speckle noise in side-scan sonar images. The results show that the method is able to significantly reduce speckle noise while preserving the details of the image.

1 Introdução

Métodos de redução de ruído no domínio das transformada de wavelets, conhecidos coletivamente como métodos de *de-noising* ou *wavelet shrinkage*, têm-se mostrado uma eficiente ferramenta para a estimação de sinais degradados [Donoho (1995)]. A chamada primeira geração dos métodos de *de-noising* consiste basicamente em calcular a transformada de wavelets discreta de um sinal degradado, efetuar uma operação de ceifamento sobre os coeficientes wavelets, também chamados coeficientes de detalhes, e em seguida calcular a transformada inversa, obtendo-se assim o sinal restaurado. Vários esquemas foram propostos para a maneira como o ceifamento é efetuado e para a determinação do limiar a ser empregado.

do. Uma das aplicações das técnicas de *de-noising* é a redução de ruído do tipo *speckle* em imagens de radar de abertura sintética [Guo *et al.* (1995)].

Uma segunda geração de métodos de *de-noising*, denominada *cycle spinning* foi introduzida por Coifman [Coifman e Donoho (1995)] e tem fornecido resultados superiores aos obtidos com os algoritmos de primeira geração [Lang *et al.* (1995)]. Estes métodos visam reduzir o chamado *pseudo-fenômeno de Gibbs* freqüentemente observado em sinais restaurados por *de-noising* de primeira geração. Para tanto, o ceifamento é realizado não somente sobre a transformada de wavelets do sinal degradado, mas também sobre a transformada de versões do sinal deslocadas circularmente.

Uma das técnicas de *de-noising* de primeira geração é o método da Taxa de Falsas Descobertas de Coeficientes [Abramovich e Benjamini (1996)], que

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq. À época de sua realização o segundo autor era vinculado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade de Brasília.

efetua um ceifamento adaptativo dos coeficientes wavelets. Neste artigo, apresentamos uma extensão do método de Abramovich e Benjamini para o caso bidimensional, além de incorporarmos ao mesmo a técnica de *cycle spinning* de Coifman.

2 Ceifamento Adaptativo de Coeficientes Wavelets

Em [Abramovich e Benjamini (1996)], Abramovich e Benjamini propuseram um algoritmo de *de-noising* de primeira geração baseado no método da Taxa de Falsas Descobertas (*False Discovery Rate — FDR*) anteriormente desenvolvido por Benjamini e Hochberg para o problema de testes de hipóteses múltiplas [Benjamini e Hochberg (1995)]. Esta abordagem baseia-se na suposição de que alguns dos coeficientes wavelets do sinal original sejam iguais a zero e que, portanto, no sinal contaminado por ruído aditivo tais coeficientes correspondam a ruído puro. No caso de um sinal unidimensional formado por m amostras, testa-se então, para cada coeficiente wavelet d_{jk} , a hipótese H_{jk} de que tal coeficiente seja nulo. O coeficiente correspondente à wavelet-pai é sempre incluído na reconstrução do sinal, de maneira que o número de hipóteses a serem testadas é igual a $m - 1$.

Quando aplicado ao problema de *de-noising*, o método FDR determina o limiar de ceifamento dos coeficientes wavelets de forma a controlar a proporção esperada de coeficientes incluídos incorretamente entre aqueles escolhidos para a reconstrução do sinal. Entende-se como coeficientes incluídos incorretamente na reconstrução aqueles que seriam iguais a zero no sinal original (e que, portanto, correspondem a ruído puro no sinal degradado) ou aqueles que, devido ao efeito do ruído, são incluídos na reconstrução com o sinal trocado. O algoritmo resultante foi por eles denominado algoritmo da Taxa de Falsas Descobertas de Coeficientes (*False Discovery Rate of Coefficients — FDR*).

Seguindo a notação de Abramovich e Benjamini, seja R o número de coeficientes wavelets que não são zerados pelo esquema de ceifamento, e suponhamos que, destes R coeficientes, V tenham sido incorretamente selecionados. Neste caso, $Q = V/R$ é a proporção de coeficientes incorretamente selecionados para a reconstrução do sinal. A FDR é então

definida como o valor esperado de Q . Abramovich e Benjamini mostraram que o limiar adotado para o ceifamento dos coeficientes wavelets pode ser determinado de forma a maximizar o valor de R , sujeito à restrição de que a FDR seja menor ou igual a um determinado nível de significância q , por meio do seguinte procedimento:

1. Supondo-se que o ruído aditivo que degrada os coeficientes wavelet, consiste de variáveis aleatórias normais independentes e distribuídas identicamente com desvio-padrão σ , para cada coeficiente d'_{jk} da transformada de wavelets do sinal degradado, calcula-se o “valor p ” para a hipótese $H_{jk} : d_{jk} = 0$,

$$p_{jk} = 2 \left(1 - \Phi \left(|d'_{jk}|/\sigma \right) \right),$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição acumulativa normal.

2. Ordena-se em ordem crescente os valores dos p_{jk} , obtendo-se

$$p_{(1)} \leq p_{(2)} \leq \dots \leq p_{(m)}.$$

3. Determina-se i_0 , o maior i para o qual $p_{(i)} \leq (i/m)q$.

4. Calcula-se o limiar

$$\lambda = \sigma \Phi^{-1} \left(1 - p_{(i_0)}/2 \right).$$

5. Obtem-se a estimativa dos coeficientes wavelets do sinal original por meio do ceifamento rígido dos coeficientes do sinal degradado, usando-se o limiar calculado acima, ou seja,

$$\hat{d}_{jk} = \begin{cases} d'_{jk}, & \text{se } |d'_{jk}| \geq \lambda \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Finalmente, o sinal restaurado é então obtido por meio da transformada inversa dos coeficientes estimados.

3 De-Noising de Segunda Geração

A motivação para o desenvolvimento do método *cycle spinning* por Coifman [Coifman e Donoho (1995)]

vem do fato de que o ceifamento de coeficientes wavelet realizado nos algoritmos de *de-noising* pode fazer com que o sinal processado apresente o chamado *pseudo-fenômeno de Gibbs*, que consiste em ondulações que surgem no sinal de saída próximas a pontos de descontinuidade ou variação rápida do sinal. No caso do *de-noising* de sinais de áudio via pacotes de cossenos ou pacotes de wavelets, por exemplo, este fenômeno introduz “cliques” e sons espúrios no sinal processado.

Uma vez que o pseudo-fenômeno de Gibbs está relacionado ao alinhamento entre o aspecto do sinal e o aspecto das wavelets que compõem o conjunto de funções de base, Coifman propôs aplicar os métodos tradicionais de *de-noising* não somente ao sinal original, mas também a versões circularmente deslocadas do mesmo, tomando como sinal restaurado a média dos sinais obtidos individualmente para cada deslocamento. Em resumo, o algoritmo de *cycle spinning* consiste nos seguintes passos, efetuados para uma determinada faixa de deslocamentos:

1. Para cada deslocamento da faixa adotada, desloca-se o sinal;
2. Aplica-se ao sinal ruidoso deslocado uma transformada ortogonal¹;
3. Aplica-se algum dos esquemas de ceifamento aos coeficientes da transformada;
4. Calcula-se a transformada inversa;
5. Desloca-se o sinal de volta para a posição original;
6. Calcula-se a média aritmética dos sinais assim obtidos.

Quando a faixa de deslocamentos é máxima, o algoritmo resultante é frequentemente denominado de UWD (*Undecimated Wavelet De-Noising*). Neste caso, o algoritmo da transformada corresponde ao algoritmo conhecido como transformada de wavelets não-dizimada (*Undecimated Wavelet Transform*—UDWT), transformada de wavelets estacionária, ou ainda, invariante ao deslocamento.

¹A transformada pode ser a de Fourier, de wavelets, de pacotes de cossenos, pacotes de wavelets, ou outra transformada ortogonal.

4 A Transformada de Wavelets Invariante ao Deslocamento

Uma característica da transformada de wavelets discreta que pode representar um problema quando esta é usada em aplicações de processamento digital de sinais é o fato de que seus coeficientes podem ser significativamente alterados por deslocamentos circulares do sinal analisado [Simoncelli *et al.* (1992)]. Tal comportamento difere do da transformada de Fourier discreta, para a qual a magnitude dos coeficientes não é afetada por deslocamentos circulares do sinal. Esta variância ao deslocamento ocorre devido às operações de dizimação por dois realizadas durante o cálculo da transformada, uma vez que a dizimação não é uma operação invariante ao deslocamento, como ilustra a figura 1(a).

Diferentes abordagens têm sido empregadas para lidar com esse problema. Mallat [Mallat (1991)], utilizando os cruzamentos por zeros da transformada de wavelets, decompôs o sinal em cada escala sem a dizimação por dois e reteve os coeficientes que eram máximos locais em cada escala propondo um algoritmo de reconstrução a partir destes coeficientes. Simoncelli *et al.* [Simoncelli *et al.* (1992)] mostraram que os coeficientes wavelets em uma certa sub-banda e para um certo deslocamento podem ser obtidos a partir dos coeficientes wavelets do sinal original nesta mesma sub-banda usando um esquema de interpolação. Ambos os métodos resultam na perda de ortogonalidade da transformada.

Outros métodos procuram preservar a ortogonalidade empregando uma representação redundante do sinal. Para uma seqüência de comprimento $N = 2^J$, o cálculo da transformada de wavelets discreta para todos os deslocamentos circulares da seqüência resultaria em N^2 coeficientes wavelets. No entanto, constata-se que:

- Numa operação de dizimação por um fator de dois, se as amostras do sinal de entrada são deslocadas um número par de posições, as amostras do sinal de saída são as mesmas que para o sinal original, a menos de um deslocamento, isto é, perdem-se apenas as amostras ímpares;
- Analogamente, se as amostras do sinal de entrada são deslocadas um número ímpar de posições, as amostras de saída da operação de dizimação por dois são as mesmas, a menos de

um deslocamento, que são obtidas quando o sinal de entrada é deslocado uma única posição, isto é, perdem-se apenas as amostras pares.

Com base nestes fatos, Beylkin [Beylkin (1992)] demonstrou que dos m^2 coeficientes wavelets, apenas $m \log_2 m$ são distintos. Estes podem ser facilmente obtidos se, em cada estágio do cálculo da transformada, as operações de filtragem passa-baixas e passa-altas seguidas de dizimação por dois forem aplicadas não somente aos coeficientes daquele estágio, como se faz normalmente, mas também a estes coeficientes deslocados de uma posição, como ilustra a figura 1(b). A transformada resultante é, invariante ao deslocamento, no sentido de que deslocamentos circulares do sinal de entrada produzem apenas deslocamentos nos coeficientes da transformada em cada escala. O número de operações necessárias para o cálculo dos $m \log_2 m$ coeficientes desta transformada é $\mathcal{O}(m \log_2 m)$, não implicando portanto num aumento demasiado do esforço computacional com relação ao cálculo à transformada de wavelets comum, que requer $\mathcal{O}(m)$ operações.

Em nosso trabalho usamos o algoritmo para cálculo rápido da transformada de wavelets invariante ao deslocamento (ou invariante à translação), desenvolvido por Coifman [Coifman e Donoho (1995)], o qual fornece os mesmos resultados que os do algoritmo de Beylkin, porém de forma mais eficiente.

5 Método Proposto

O método aqui proposto é uma versão de segunda geração do algoritmo FDRC, incorporando o conceito de *cycle spinning* mediante o uso da transformada de wavelets invariante ao deslocamento. Além disso, o algoritmo foi estendido ao caso bidimensional, uma vez que nosso principal objetivo foi a redução de ruído em imagens.

Ao estendermos o algoritmo FDRC ao caso bidimensional, exploramos duas possibilidades: as de considerar os coeficientes de detalhamento horizontal, vertical e diagonal em conjunto ou isoladamente. Verificamos que melhores resultados são obtidos neste segundo caso, o que pode ser explicado pelo fato de que em imagens não-isotrópicas as propriedades estatísticas dos coeficientes podem variar significativamente com a direção. Assim sendo, foram calculados os desvios-padrão σ_h , σ_v e σ_d pa-

ra os coeficientes horizontais, verticais e diagonais, respectivamente, e estes foram empregados na determinação dos limiares λ_h , λ_v e λ_d , respectivamente, pelo método FDR. Na operação de ceifamento, os coeficientes wavelet horizontais são comparados com λ_h , os verticais com λ_v e os diagonais com λ_d .

Constatamos que o nível de significância que fornece melhores resultados subjetivos na imagem restaurada depende do tipo de imagem e do nível de ruído que a contamina. Tipicamente, os níveis de significância q para os quais obtivemos melhores resultados se encontram no intervalo $0,07 \leq q \leq 0,2$. Uma vez que o método proposto consiste numa combinação e extensão dos métodos FDRC de Abramovich e Benjamini e da UDWT, o designamos pela sigla FDRC-UDWT.

6 Resultados

A figura 2 apresenta um exemplo de aplicação do algoritmo proposto à restauração de uma imagem de sonar de varredura lateral que apresenta ruído do tipo *speckle*, como acontece freqüentemente com este tipo de imagem. A inspeção visual da imagem processada revela uma redução considerável no nível de ruído *speckle*, ao mesmo tempo em que a nitidez da imagem é em grande parte preservada, ao contrário do que aconteceria caso a redução do ruído tivesse sido obtida mediante uma técnica mais simples, como a filtragem passa-baixas.

Verificamos que wavelets correspondentes a filtros de comprimentos maiores alcançam um maior grau de redução no nível do ruído, às custas de uma maior suavização dos detalhes da imagem e de um acréscimo na complexidade computacional. Acreditamos que um compromisso aceitável é obtido com os coeficientes de Daubechies [Daubechies (1988)] de tamanho 6, e o número de níveis de resolução igual a 5.

A fim de fornecer uma avaliação mais objetiva dos resultados obtidos, calculamos dois parâmetros comumente empregados para medição do nível de ruído *speckle* [Guo *et al.* (1995)]: a razão entre o desvio padrão e a média da imagem, s/m , e o logaritmo do desvio padrão, $Lstd$. Os valores obtidos para a imagens original e processada são fornecidos na tabela 1 e indicam que o algoritmo conseguiu efetivamente reduzir o nível de ruído *speckle*.

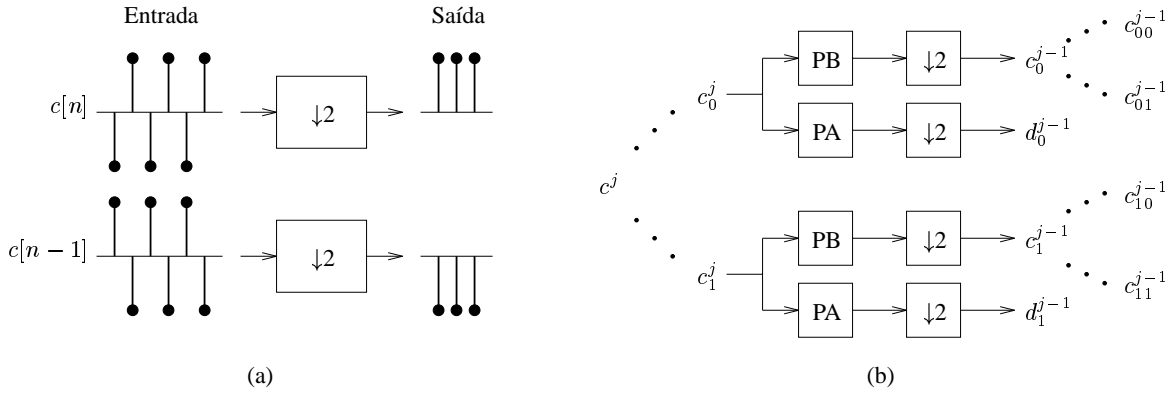


Figura 1: (a) Exemplo mostrando a variância ao deslocamento da dizimação por dois sobre uma entrada $c[n]$ e uma versão da mesma deslocada de uma posição, $c[n - 1]$. (b) Um estágio do algoritmo de Beylkin para cálculo da transformada de wavelets invariante ao deslocamento. Os filtros espelhados em quadratura passa-baixas (PA) e passa-altas (PB) são aplicados não somente aos coeficientes do j -ésimo estágio, c_0^j , mas também a estes coeficientes deslocados de uma posição, c_1^j . Assim, no j -ésimo estágio são gerados 2^j conjuntos de coeficientes c e 2^j de coeficientes de detalhes d , cada um composto de 2^{J-j} elementos. O número total de coeficientes é portanto igual a $m \log_2 m$.

Tabela 1: Medidas quantitativas do nível de ruído.

	Imagem Degradada	Imagem Processada
s/m	0,4696	0,3787
$Lstd$	1,7547	1,6423

7 Conclusão

Apresentamos um novo método para a redução de ruído *speckle* em imagens, baseado numa associação do método da Falsa Taxa de Descobertas de Coeficientes, estendido ao caso bidimensional, com o método de *de-noising* via *cycle spinning*. Os resultados obtidos com imagens de radar de abertura sintética e de sonar de varredura lateral demonstram que o método proposto reduz efetivamente o nível de ruído nas imagens. Uma comparação entre o método aqui proposto e outros métodos para a redução de ruído *speckle* é apresentada em [Souza (1997)].

Referências

F. Abramovich e Y. Benjamini. Adaptive thresholding of wavelet coefficients. *Computational*

Statistics & Data Analysis **22** (1996) 351–361.

G. Beylkin. On the representation of operators in bases of compactly supported wavelets. *SIAM J. on Numerical Analysis* **6** (1992) 1716–1740.

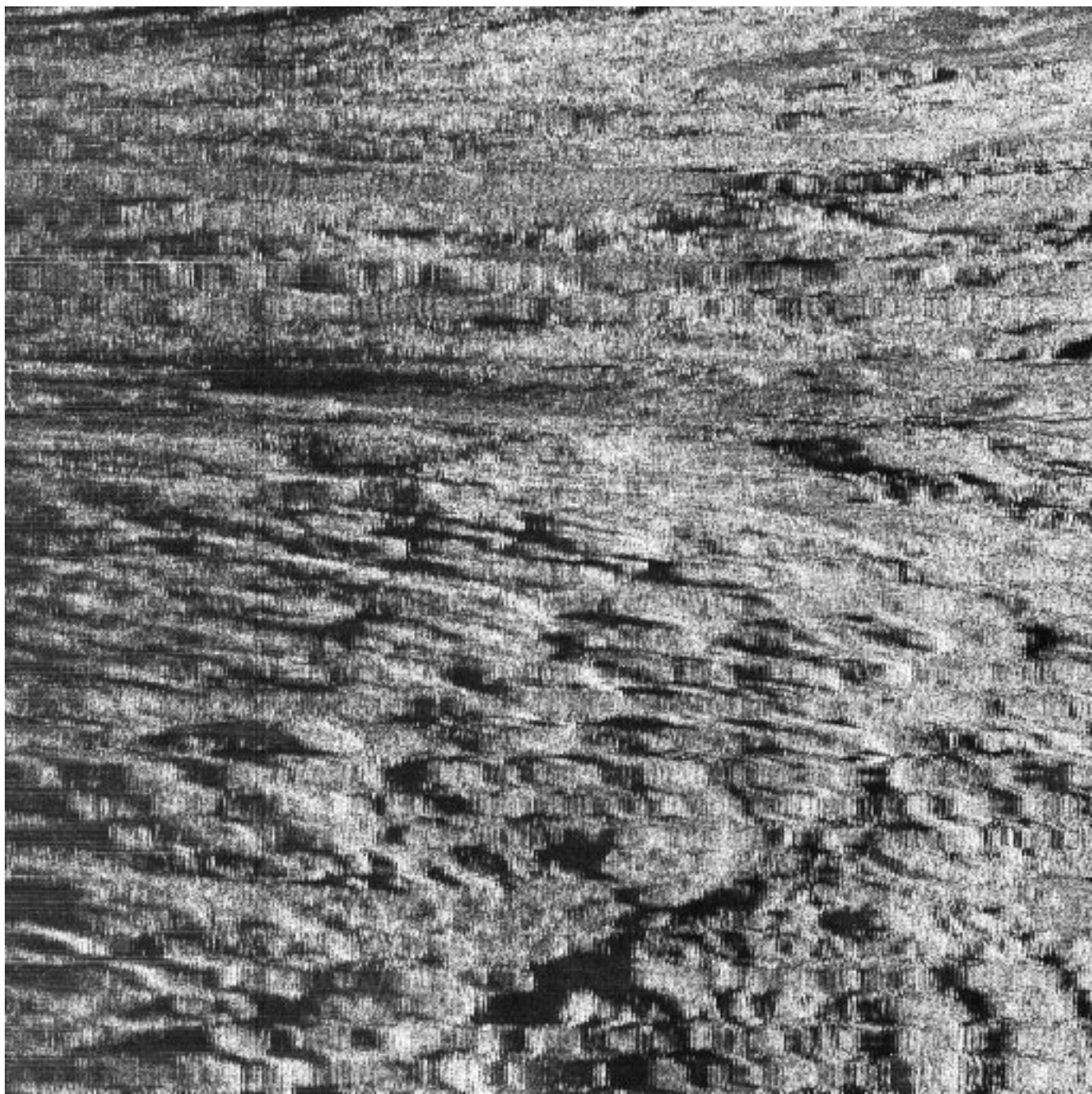
Y. Benjamini and Y. Hochberg. Controlling the false discovery rate: A practical and powerful approach to multiple testing. *Journal of the Royal Statistical Society* **57** (1995) 289–300.

R. R. Coifman and D. L. Donoho. Translation-invariant de-noising. In Anestis Antoniadis, editor, *Wavelet and Statistics*, Springer-Verlag Lecture Notes. Springer-Verlag, New York, NY (1995).

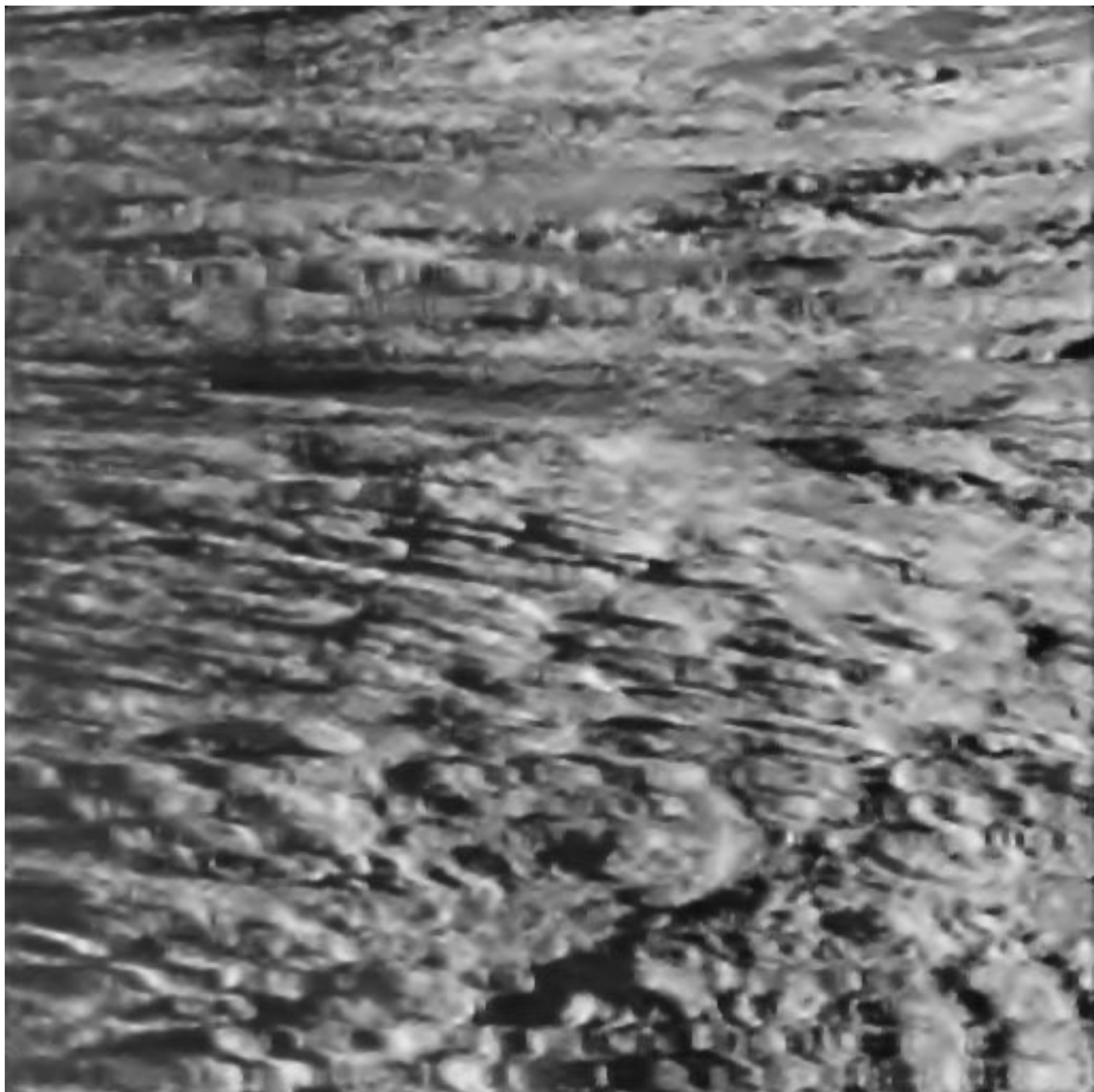
I. Daubechies. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Comm. Pure Applied Math.* **41** (1988) 909–996.

D. L. Donoho. De-noising by soft-thresholding. *IEEE Trans. Inform. Theory* **41** (1995) 613–627.

H. Guo *et al.* Speckle reduction via wavelet shrinkage with application to SAR based ATD/R. In *SPIE Mathematical Imaging: Wavelet Applications in Signal and Image Processing II*, volume 2303, San Diego, CA (1994).



(a)



(b)

Figura 2: (a) Imagem do sonar de varredura lateral AMS-120 cedida pelo *United States Geological Survey*; sinal de bombordo, frequência de 120 kHz, alcance de 250 m. (b) Imagem processada pelo FDRC-UDWT com $q = 0,075$.

- M. Lang *et al.* Noise reduction using an undecimated discrete wavelet transform. *IEEE Signal Processing Letters* **3** (1996) 10–12.
- S. Mallat. Zero crossings of a wavelet transform. *IEEE Trans. on Information Theory* **37** (1991) 1019–1033.
- E. P. Simoncelli *et al.* Shiftable multiscale transforms. *IEEE Trans. on Information Theory* **38** (1992) 587–607.
- W. M. Souza. Redução de ruído em imagens no domínio da transformada de wavelets. Dissertação de mestrado, ENE–UnB, Brasília, DF (1997).