

# Um Algoritmo Rápido para Iluminação Volumétrica<sup>§</sup>

RICARDO B. V. LEITÃO<sup>1</sup>  
REYNALDO P. FAGUNDES<sup>1</sup>  
FÁBIO JOSÉ AYRES<sup>1</sup>  
EDUARDO TOLEDO SANTOS<sup>1,2</sup>  
MARCELO KNÖRICH ZUFFO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratório de Sistemas Integráveis - Departamento de Engenharia Eletrônica  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - São Paulo, Brasil  
{ricardo, reynaldo, fabio, toledo, mkzuffo}@lsi.usp.br

<sup>2</sup>Departamento de Engenharia de Construção Civil  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - São Paulo, Brasil

**Abstract:** Direct Volume Rendering algorithms are very important tools in the analysis of volumetric data in scientific visualization applications. Volume shading is a critical step regarding the computational cost of these algorithms. This paper presents a fast algorithm for volume shading. The proposed technique is based on decomposing the illumination equation into a sum of functions that can be pre-computed in look-up tables. Preliminary results showed the new algorithm is about six times faster than the conventional method.

**Keywords:** Direct Volume Rendering, Gouraud Shading, Volumetric Illumination

## 1 Introdução

Nos últimos anos observa-se um grande avanço no desenvolvimento de técnicas rápidas de Apresentação Direta de Volumes (“Direct Volume Rendering”). Os esforços se concentraram principalmente na utilização de circuitaria (“hardware”) especializada [Cabral et al. (1994)], métodos de interpolação otimizados e paralelismo. A maioria dos métodos propostos não considera o custo computacional envolvido na etapa de iluminação.

A etapa de iluminação volumétrica é particularmente custosa em termos computacionais quando se compara a apresentação volumétrica (“volume rendering”) com a apresentação geométrica (“geometric rendering”). No caso da apresentação volumétrica a equação de iluminação é aplicada a todos os voxels. Com o crescente aumento na resolução de representação volumétrica é comum atualmente a análise de volumes com pelo menos  $256^3$  voxels, sendo comum a existência de volumes com  $512^3$  a  $1024^3$  voxels. Desta forma, métodos de otimização do processo de iluminação volumétrico são fundamentais para a viabilização de aplicações interativas ou pseudo-interativas em visualização científica.

## 2 Trabalhos Correlatos

Vários trabalhos anteriores fazem uso de tabelas pré-computadas e simplificações numéricas para a otimização da apresentação volumétrica. Lacroute [Lacroute-Levoy (1994)] utiliza-se de tabelas pré-computadas para a

Apresentação Direta de Volumes utilizando-se da técnica de “*Shear-Warp*”.

Durkin [Durkin-Hughes (1994)], utiliza várias tabelas para minimizar o custo computacional do cálculo de isosuperfícies de dados volumétricos.

Deering [Deering (1995)] propõe uma forma de representação compacta de vetores normais utilizando coordenadas esféricas porém não se preocupando com o cálculo de produtos escalares. Este último trabalho dá suporte ao método de quantização (8 bits) adotado na representação dos ângulos das coordenadas proposto neste artigo.

## 3 Apresentação Direta de Volumes

A Apresentação Direta de Volumes, permite a visualização 3D de volumes sem a necessidade de estruturas geométricas intermediárias. Existem várias classificações para algoritmos de Apresentação Direta de Volumes. As classificações variam em termos da função de ocupação espacial e dos métodos de projeção. Os algoritmos mais conhecidos de Apresentação Direta de Volumes são: “Ray-Casting” [Levoy (1988)], “*Shear-Warp*” [Lacroute-Levoy (1994)], “*Splatting*” [Westover (1990)] e Projeção matricial incremental [Drebin et al. (1988)].

Apesar de diferentes técnicas de interpolação, composição [Porter-Duff (1984)] e projeção volumétrica, todos os algoritmos citados possuem etapas comuns: a classificação e a iluminação.

<sup>§</sup> This project has been partially funded by The Commission for European Communities under contract ITDC-225 “Scientific Visualisation for High Performance Computing Applications”, ITDC (Information Technologies for Developing Countries) Program and by FAPESP-Fund. Amparo à Pesquisa do Est. S. Paulo under grant 1995/2747-6.

### 3.1 Classificação Volumétrica

A **Classificação Volumétrica** [Drebin et al. (1988)], [Levoy (1988)] é uma etapa essencial no processo de apresentação volumétrica. O termo classificação não tem uma definição clara e precisa, mas de forma geral relaciona-se com o processo de seleção de voxels visíveis e o mapeamento de valores e gradientes de densidade para parâmetros ópticos (material), como índices de reflexão e absorção de luz, opacidade, cor e textura.

O gradiente de densidades, além de usado na etapa de classificação, é fundamental na estimativa da normal à isosuperfície que passa em determinado voxel [Levoy (1988)], [Drebin et al., (1988)]. Esta normal é posteriormente usada na fase de iluminação volumétrica.

Existem vários métodos para a estimativa do gradiente. Os mais conhecidos são: diferenças centrais [Levoy, (1988)], função interpoladora [Zuffo-Lopes, (1994)] e aproximação por superfícies. Para o cálculo da norma do gradiente os métodos mais comuns são: distância euclidiana e distância manhattan.

### 3.2 Iluminação Volumétrica

A **Iluminação Volumétrica** (“volumetric shading”) refere-se à aplicação de um modelo de iluminação para a tonalização dos voxels do volume. A transmissão de luz pelo interior do volume pode ser modelada como um problema de transporte de radiação [Kajiya (1984)], [Krueger (1990)]. Por questões de desempenho, normalmente são utilizados modelos de iluminação de espalhamento simples (“single scattering”) onde é considerada apenas a propagação do raio de luz da fonte de luz até o observador.

Na figura 1 abaixo é apresentado um modelo de iluminação do voxel.

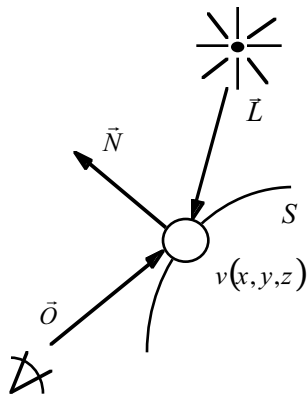


Figura 1 - Modelo de Iluminação no Voxel

Onde:

$S$  = superfície que intercepta o voxel;

$v(x, y, z)$  = voxel classificado,  $v$  é uma tupla do tipo  $(v_r, v_g, v_b, v_a)$ ;

$\vec{N}$  = normal à superfície;

$\vec{O}$  = vetor direção de observação;

$\vec{L}$  = vetor direção de iluminação;

Na maioria das técnicas de apresentação volumétrica as equações de iluminação adotadas são as de **Gouraud** [Gouraud (1971)] e **Phong** [Phong (1975)], sendo que modelos mais completos e complexos como o de **Cook e Torrance** [Cook-Torrance (1981)] podem ser utilizados [Drebin et al. (1988)].

Normalmente em visualização científica, a componente de iluminação especular é desprezada. Esta simplificação, apesar de diminuir o realismo da cena, é normalmente adotada por questões de desempenho [Levoy (1990)].

### 3.3 Modelo de Iluminação de Gouraud

Conforme mencionado, para o cálculo da iluminação de um volume, usualmente utiliza-se a equação de iluminação de **Gouraud**,

$$I = I_a K_a + I_p K_d (\vec{N} \cdot \vec{L}) \quad (1)$$

que fornece a intensidade de luz  $I$  de um certo voxel em função do vetor normal  $\vec{N}$  e do vetor direção de iluminação  $\vec{L}$ . Quando usada para visualização volumétrica, o uso desta equação geralmente sofre simplificações como o uso de luz uniforme, unidirecional e de intensidade unitária (permitindo que o vetor referente à iluminação,  $\vec{L}$ , seja constante). O modelo de iluminação de **Phong** simplesmente adiciona a componente de luz especular.

Em termos de custo computacional, as etapas mais custosas da equação anterior são: estimativa do gradiente e da sua respectiva norma, e do produto escalar  $\vec{N} \cdot \vec{L}$ .

O gradiente e sua norma são invariantes em função da posição do observador e pontos de iluminação. Desta forma, pode ser calculado numa etapa de pré-processamento.

O produto escalar  $\vec{N} \cdot \vec{L}$  depende da posição dos pontos de iluminação, sendo necessário o recálculo dos produtos escalares a cada reposicionamento da luz. A proposta apresentada concentra-se neste problema.

### 4 Método Proposto

O método proposto para o cálculo da iluminação de um volume objetiva a diminuição do custo computacional da aplicação da equação de iluminação por meio da realização de uma etapa de pré-processamento. A etapa de pré-processamento possui custos de computação e memória baixos. O método proposto pode ser estendido para modelos de iluminação mais complexos como o de **Phong** [Phong (1975)].

Se nenhum tipo de otimização for implementada no cálculo da equação (1), esta tem seu custo computacional praticamente determinado pelo número de multiplicações a serem realizadas. Nas abordagens tradicionais o número de produtos totaliza seis (três referentes ao produto escalar, duas para o cálculo do segundo termo dado o produto escalar, já que a constante  $K_d$  depende do material e mais uma multiplicação para o cálculo do primeiro termo).

Há ainda que se efetuar três adições, que possuem custo computacional muito pequeno comparado ao das multiplicações.

É desejável diminuir o tempo de processamento da iluminação, ainda que sob custo da realização de uma etapa de pré-processamento.

Para alcançar esta diminuição, sistematicamente as multiplicações serão substituídas por consultas a tabelas calculadas anteriormente, na etapa de pré-processamento.

Obviamente, deve-se alcançar uma relação entre os benefícios da utilização de uma dada tabela e os custos envolvidos em sua manutenção.

Neste sentido, considera-se que haverá vantagem com uma tabela substituindo uma multiplicação desde que seu uso de memória permaneça pequeno. Especificamente, é desejável que a tabela possa ser inteiramente armazenada na memória cache da máquina. Além disso, o tempo dispendido em sua computação deve ser significativamente menor do que o necessário para o método tradicional.

Para tanto, esta tabela não deverá ter dimensão superior a dois, pois uma tabela de dimensão três ou maior acarretaria um gasto de memória semelhante ao obtido com a alocação de espaço para um volume. Isto é proibitivo, pois então seriam mais significativos no cálculo da equação de Gouraud os custos intrínsecos à arquitetura da máquina, como custos de paginação de memória, etc.

Tendo em vista estas duas diretrizes, i.e., a vantagem da utilização de tabelas sempre que possível substituindo multiplicações, e a limitação da ordem das mesmas, passaremos a explorá-las (sempre que possível) para o cálculo da equação de iluminação.

Como  $I_a$  e  $I_p$  são constantes unitárias, para a obtenção dos termos

$$I_a K_a \text{ e } I_p K_d (\vec{N} \cdot \vec{L}) \quad (2)$$

podemos construir uma tabela que tem como entrada o produto escalar  $\vec{N} \cdot \vec{L}$  e o material ( $K_a$  e  $K_d$ ).

Esta tabela é

$$f(\vec{N} \cdot \vec{L}, \text{Material}) = K_a + K_d (\vec{N} \cdot \vec{L}) \quad (3)$$

Esta tabela pode ainda ser otimizada uma vez que sua saída é a luminância. Como a imagem a ser apresentada será formada por triplas RGB, podemos utilizar a informação da crominância, obtida através do material, para nesta mesma tabela termos como contra-domínio a tripla RGB desejada.

O uso da tabela acima descrita elimina várias das multiplicações envolvidas no cálculo, mas mantém aquelas envolvidas na computação do produto escalar, i.e., três multiplicações. Aparentemente, não seria possível construir tabelas para o produto escalar, uma vez que este depende de seis variáveis, e portanto a ordem da tabela seria proibitivamente elevada.

Entretanto, como veremos adiante, aproveitando o fato de os vetores serem normalizados (módulo unitário) e, dando o tratamento adequado para a representação de tais

vetores, poderemos representar o produto escalar como soma de funções de duas variáveis e, portanto, mapeáveis em tabelas de ordem dois.

#### 4.1 Coordenadas Esféricas

Como primeiro passo na dedução da nova formulação do produto escalar é necessário representar os vetores envolvidos segundo um sistema de coordenadas mais adequado à realização das operações visadas.

Um sistema de coordenadas particularmente útil neste caso é o sistema esférico pois, uma vez que os vetores  $\vec{N}$  e  $\vec{L}$  são normalizados, os mesmos podem ser suficientemente representados através dos seus dois ângulos diretores já que o módulo (unitário) é conhecido de antemão.

Neste caso, para fins do cálculo do produto escalar de  $\vec{N}$  por  $\vec{L}$ , temos a situação ilustrada na figura 2:

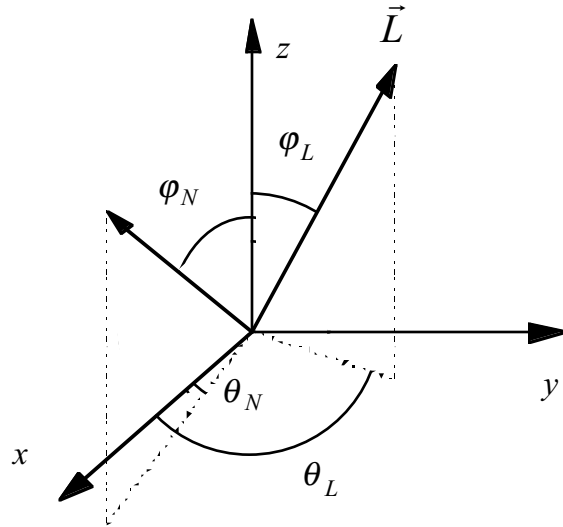


Figura 2 - Vetores em Coordenadas Esféricas

Estes vetores normalizados  $\vec{N}$  e  $\vec{L}$  são, portanto, representados por seus ângulos diretores,  $(\theta_N, \phi_N)$  e  $(\theta_L, \phi_L)$ , respectivamente.

Como o produto escalar é invariante através de uma rotação, podemos aplicar ao eixo z uma rotação negativa de  $\theta_n$ , o que leva a projeção do vetor  $\vec{N}$ , no plano xy, para o eixo x. Neste caso, temos:

$$\vec{N} = (1, 0, \phi_N) \quad (4)$$

e

$$\vec{L} = (1, \theta_L - \theta_N, \phi_L) \quad (5)$$

em coordenadas esféricas, ou, em coordenadas cartesianas:

$$\vec{N} = (\text{sen}(\phi_N), 0, \text{cos}(\phi_N)) \quad (6)$$

e

$$\vec{L} = (\text{sen}(\varphi_L)\cos(\theta_L - \theta_N), \text{sen}(\varphi_L)\text{sen}(\theta_L - \theta_N), \cos(\varphi_L)) \quad (7)$$

Adotando-se:

$$\Delta\theta = \theta_L - \theta_N ; \quad (8)$$

$$\Theta\theta = \theta_L + \theta_N \quad (9)$$

e

$$\Delta\varphi = \varphi_L - \varphi_N ; \quad (10)$$

$$\Theta\varphi = \varphi_L + \varphi_N \quad (11)$$

o produto escalar é portanto reduzido a:

$$\vec{N} \cdot \vec{L} = \text{sen}(\varphi_N)\text{sen}(\varphi_L)\cos(\Delta\theta) + \cos(\varphi_N)\cos(\varphi_L) \quad (12)$$

utilizando-se as relações de produtos de funções trigonométricas, obtém-se,

$$\vec{N} \cdot \vec{L} = \frac{1}{2}(\cos(\Delta\varphi) - \cos(\Theta\varphi))\cos(\Delta\theta) - \frac{1}{2}(\cos(\Theta\varphi) + \cos(\Delta\varphi)) \quad (13)$$

que finalmente reduz-se a:

$$\vec{N} \cdot \vec{L} = \frac{1}{2}\cos(\Delta\varphi)(1 + \cos(\Delta\theta)) + \frac{1}{2}\cos(\Theta\varphi)(1 - \cos(\Delta\theta)) \quad (14)$$

Desta forma, conforme a equação (14) acima, pode-se montar duas tabelas de ordem dois, de entradas: *tabela 1* :

$$F(\Delta\varphi, \Delta\theta) = 1/2\cos(\Delta\varphi)(1 + \cos(\Delta\theta)) \quad (15)$$

e *tabela 2*:

$$G(\Theta\varphi, \Delta\theta) = 1/2\cos(\Theta\varphi)(1 - \cos(\Delta\theta)) \quad (16)$$

O produto escalar será então a soma dos valores obtidos nestas duas tabelas, i.e.,

$$\vec{N} \cdot \vec{L} = F(\Delta\varphi, \Delta\theta) + G(\Theta\varphi, \Delta\theta) \quad (17)$$

A figura 3 ilustra, de forma gráfica, os valores das tabelas geradas através destas equações. No eixo horizontal tem-se valores de  $\Delta\theta$ .

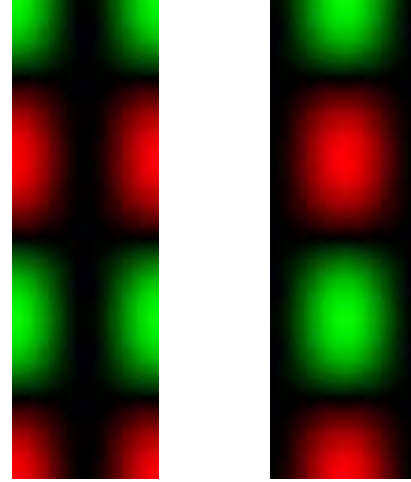


Figura 3 - Representação dos valores das tabelas-funções (15) e (16)

#### 4.2 Cálculo do Volume Normalizado

Para a utilização do método proposto, o volume de entrada é normalizado. Esta normalização compreende a geração de um volume de mesmas dimensões onde cada voxel possui 32 bits e é composto pelos seguintes campos:

Índice (8 bits)	Mód. do Grad. (8 bits)	Grad. $\varphi$ (8 bits)	Grad. $\theta$ (8 bits)
--------------------	---------------------------	-----------------------------	----------------------------

Figura 4 - Voxel Normalizado

O índice é uma referência para uma tabela que contém os valores escalares do voxel. O módulo do gradiente contém informação que pode ser utilizada para cálculo da opacidade, quantizado em 256 níveis. Os ângulos diretores  $\varphi$  e  $\theta$  do gradiente têm significado usual, e são calculados segundo os métodos tradicionais, quantizados em 256 níveis cada um.

Na etapa de pré-processamento, todos os voxels são normalizados. Para fins de análise visual das imagens sintetizadas, vários autores utilizam a quantização adotada (8 bits). 8 bits para o valor do índice correspondem a 256 materiais diferentes com componentes de RGB. A magnitude do gradiente é necessária para a etapa de avaliação do gradiente, 8 bits correspondem a 256 níveis de opacidade. 16 bits para a direção do gradiente correspondem a divisão da esfera em 65.026 direções diferentes.

#### 5 Implementação

O método proposto foi implementado sobre a biblioteca de visualização PVV [Zuffo et al. , (1996)] desenvolvida no LSI-EPUSP. A técnica utilizada para a apresentação das imagens volumétricas foi o algoritmo de "Shear-Warp".

As tabelas de funções foram geradas da seguinte maneira: considera-se que o sistema de coordenadas

esféricas aponta para a fonte de iluminação. Desta forma os ângulos  $\varphi_L$  e  $\theta_L$  são iguais a zero. Nas funções tabeladas, os ângulos  $0 \leq \varphi_N \leq \pi$  e  $0 \leq \theta_N \leq 2\pi$  são os índices da tabela.

Devido ao fato de os índices de entrada na tabela serem diferenças entre as coordenadas esféricas de  $\vec{N}$  e  $\vec{L}$ , uma alteração na posição de  $\vec{L}$  implica somente num deslocamento dos valores dos índices de entrada na tabela (ou, de outra forma, no deslocamento da “origem” da mesma). Assim, quando a posição da fonte de luz é alterada, não é necessário o recálculo das tabelas, já que se consideram apenas fontes de luz *direccionais*.

Para que indexação não ultrapasse os limites da tabela, é necessário que a mesma suporte ângulos no intervalo  $[0, 2\pi]$  para  $\Delta\theta$  e  $[-\pi, 2\pi]$  para  $\Delta\varphi$  e  $\Theta\varphi$ .

A tabela não precisa ser expandida para as entradas de  $\Delta\theta$  pois uma entrada na faixa negativa de  $\Delta\theta$  é mapeada para o valor da linha logo acima na tabela ( $\Delta\theta - 2\pi/256$ ), resultando muito próxima ao valor correto.

Desta forma, as tabelas requerem a seguinte ocupação de memória:

$$2 \text{ tabelas} \times 256 \text{ linhas} \times 768 \text{ colunas} \times 2 \text{ bytes} = 768\text{K}$$

Como as tabelas apresentam simetria (fig. 3), podem ser reduzidas a 1/6 de seu tamanho original (128 Kbytes) a custo de alguma sobrecarga de processamento.

**6 Resultados**

Os resultados do novo algoritmo em termos de tempo de execução ( $T_{\text{novo}}$ ) da etapa de iluminação são comparados com os do método tradicional ( $T_{\text{trad}}$ ), para dois volumes de teste (tabela 1). O novo algoritmo é, em média, 6 vezes mais rápido que a técnica tradicional para cálculo da equação de iluminação de Gouraud.

A figura 5 mostra um volume de  $128^3$  voxels contendo uma esfera, visualizado através da técnica “shear-warp” e iluminado segundo os métodos tradicional (5.a) e proposto (5.b).



Figura 5 - Esfera iluminada com as técnicas tradicional (esquerda) e proposta (direita).

A figura 6 apresenta a visualização do volume de uma cabeça humana à resolução de 256x256x113 (CT), iluminada através da técnica proposta.



Figura 6 - Volume (CT) iluminado com a técnica proposta.

VOLUME	$T_{\text{novo}}(\text{s})$	$T_{\text{trad}}(\text{s})$	$T_{\text{trad}}/T_{\text{novo}}$
sphere (fig. 5)	2,75	16,40	5,96
head (fig. 6)	8,39	57,62	6,86

Tabela 1- Tempos de execução dos algoritmos de cálculo de iluminação em processador MIPS R3000@40MHz

Em termos da fidelidade da imagem resultante, pode-se afirmar que visualmente não há diferenças notáveis entre a tonalização tradicional e a gerada pela nova técnica. Para uma análise mais profunda, calculou-se o erro médio quadrático de um volume tonalizado pela técnica proposta em relação ao mesmo volume iluminado pelo método tradicional, chegando-se a  $E = 0.2\%$ , comprovando sua boa fidelidade.

**7 Conclusões e Pesquisa Futura**

Devido à grande quantidade de voxels presente nos volumes tipicamente submetidos a processos de visualização volumétrica, a etapa de iluminação, calculada sobre todos os voxels do volume, é bastante custosa em termos de tempo de processamento.

Propusemos uma forma alternativa para o cálculo da equação de iluminação de Gouraud que, valendo-se de tabelas pré-computadas, pode acelerar esta computação.

\* Volume fornecido pela UNC at Chapel Hill

Os resultados obtidos mostraram que a técnica alternativa é capaz de realizar os cálculos necessários à tonalização aproximadamente 6 vezes mais rapidamente que o método convencional.

A técnica proposta também apresenta a vantagem de que as tabelas não necessitam de recálculo mesmo que a fonte de iluminação da cena seja movimentada.

As desvantagens da técnica são: requer que as fontes de luz sejam direcionais (restrição não importante nas aplicações típicas de visualização volumétrica) e a sobrecarga de utilização de memória.

Pretende-se, como pesquisa futura, estender o algoritmo para uso em outros modelos de iluminação e outras aplicações que demandem cálculo de produtos escalares.

## 9 Referências

- A. Kaufman, "Introduction to Volume Visualization", *Volume Visualization*, A. Kaufman (Ed.), IEEE Computer Society Press, 1991.
- B. Cabral, N. Cam, J. Foran, "Accelerated Volume Rendering and Tomographic Reconstruction Using Texture Mapping Hardware", *1994 Symposium on Volume Visualization* (1994), 91-98, Washington, D.C.
- B. Phong, "Illumination for Computer Generated Pictures", *Comm. of the ACM* 18 (1975) 449-455.
- H. Gouraud, "Computer Display of Curved Surfaces", *Trans. on Computers*, 20 (1971) 623-629.
- J. Kajiya, B. v. Herzen, "Ray Tracing Volume Densities", *Computer Graphics* 18 (1984) 165-174 (Proceeding of SIGGRAPH'84).
- J. Durkin & J. Hughes, "Nonpolygonal Isosurface Rendering for Large Volume Datasets", *IEEE Visualization'94 Conference Proceedings*, (1994), 293-300.
- L. Westover, "Footprint Evaluation for Volume Rendering", *Computer Graphics* 24 (4) 144-153 (Proceedings of SIGGRAPH'90).
- M. Deering, "Geometry Compression", *Computer Graphics Annual Conference Series* (1995) 13-20 (Proceedings of SIGGRAPH'95).
- M. K. Zuffo, A. J. Grant, R. D. Lopes, E. T. Santos, J. A. Zuffo, "A Programming Environment for High Performance Volume Visualization Applications", *Computer and Graphics*, Pergamon Press, Junho 1996, Special Issue: Computer Graphics in Brazil.
- M. K. Zuffo, R. D. Lopes, "A High Performance Direct Volume Rendering Pipeline", *Anais do SIBGRAPI* 94, p. 241-248.
- M. Levoy, "Efficient Ray Tracing of Volume Data", *ACM Transactions on Graphics* 9 (1990) 245-261.
- M. Levoy, "Display of Surfaces from Volume Data", *IEEE Computer Graphics and Applications* 8 (1988) 29-37.
- P. Lacroute, "Real Time Volume Rendering on Shared Memory Multiprocessors Using The Shear Warp Factorization", *IEEE 1995 Parallel Rendering Symposium* (1995) 15-22, IEEE Computer Society Press.
- P. Lacroute, M. Levoy, "Fast Volume Rendering Using a Shear-Warp Factorization of the Viewing Transformation", *Computer Graphics* 28 (1994) 451-458 (Proceedings of SIGGRAPH'94).
- R. Cook, K. Torrance, "A Reflectance Model for Computer Graphics", *Computer Graphics* 15 (1981) 307-316 (Proceedings of SIGGRAPH'81).
- R. Drebin, L. Carpenter, P. Hanrahan, "Volume Rendering", *Computer Graphics* 22 (1988) 65-74 (Proceedings of SIGGRAPH'89).
- T. Elvins, "A Survey of Algorithms for Volume Visualization", *Computer Graphics* 26 (1992) 192-201.
- T. Porter, T. Duff, "Compositing Digital Images", *Computer Graphics* 18 (1984) 253-259 (Proceedings of SIGGRAPH'84).
- W. Krueger, "Volume Rendering and Data Feature Enhancement", *Computer Graphics* 24 (1990) 21-26 (Proceedings of SIGGRAPH'90).