

Obtenção da Transformação de Corpo Rígido em Registro de Imagens com Deformação Usando Thin Plate Splines

JOSÉ EDUARDO C. CASTANHO¹

CLÉSIO L. TOZZI²

¹UNESP - FET - DEE

C. P. 473, Bauru, CEP 17001-970, SP, Brasil

castanho@azul.bauru.unesp.br

²UNICAMP - FEE - DCA

Caixa Postal 6101, CEP 13083-970, Campinas, SP, Brasil

clesio@dca.fee.unicamp.br

Abstract: Thin plate splines present features that make them suitable for image registration of deformed images. They are functions that can be interpreted as a linear combination of a plane (modelling a general linear transformation) with a smooth surface (modelling an affine-free deformation). In this way, registration with thin plate splines can be interpreted as a problem of surface fitting through a scattered set of points. In some applications, as in image registration of serial sections, it is often necessary to find a rigid body transformation that matches features in two images under natural deformations. We present a method for image registration using thin plate splines such that the linear term of the function is assured to be of rigid body type. The resulting function is optimal in the sense that the total bending energy of the fitted surface is minimum.

Keywords: Thin plate splines, image registration, serial cross sections alignment.

1. Introdução

O registro de imagens é necessário em diversas aplicações de processamento de imagem e visão computacional. De um modo simples, o objetivo do registro de imagens consiste em, dadas duas imagens da mesma cena, que apresentam diferenças devido ao processo de aquisição (como por exemplo, diferença temporal, de ângulo de vista, etc.), obter uma relação de mapeamento entre as duas imagens de tal forma que as diferenças entre as imagens sejam eliminadas, ou minimizadas, ou ainda ressaltadas, dependendo da aplicação. Os parâmetros da relação de mapeamento, definida pelas funções f_x e f_y , (eq. 1), que mapeiam as coordenadas (x,y) da imagem origem para as coordenadas (u,v) da imagem destino, são, em geral, determinados segundo um critério de otimização conveniente (sendo comum a minimização de distâncias).

$$u = f_x(x,y); \quad v = f_y(x,y) \quad (1)$$

Um número muito grande de técnicas de registro de imagens tem sido apresentado na literatura visando diferentes aplicações, cada qual atendendo uma determinada particularidade. Um estudo bastante detalhado e genérico dos métodos de registro pode ser

encontrado em [Brown,92] e uma revisão dos métodos de registro aplicada a área médica pode ser encontrada em [Elsen,93].

Neste artigo é discutido o problema do registro de imagens de seções seriadas sob influência de deformações naturais. Um método baseado na utilização de thin plate splines é proposto. Na abordagem apresentada obtém-se o mapeamento de registro como sendo a sobreposição dos efeitos de uma deformação natural aos efeitos de uma transformação de corpo rígido. O resultado, assim obtido, é ótimo no sentido de que a energia total de deformação é minimizada.

Na próxima seção são apresentadas as motivações, os aspectos conceituais e de implementação do método de registro utilizando thin plate splines. Na sequência, é apresentado um método para a determinação da transformação rígida embutida na função de mapeamento caracterizada pela TPS e é feita a avaliação dos resultados obtidos com sua aplicação. Finalmente, são apresentados comentários e conclusões a respeito do método apresentado.

2. Registro de Seções Seriadas com Thin Plate Splines.

Uma aplicação de registro de imagens bastante comum em biologia, medicina e outras áreas consiste no alinhamento de imagens de seções seriadas com o

objetivo de reconstrução 3D. Nestas aplicações, o objetivo do processo de registro é recuperar o alinhamento das imagens, umas em relação às outras, perdido com o processo de seccionamento. A transformação necessária para recuperar o alinhamento é facilmente identificável como sendo uma transformação de corpo rígido, isto é, composta de uma translação e uma rotação.

$$U(x, y) = f_x(x, y) = a_0 + \cos \varphi \cdot x - \sin \varphi \cdot y \quad (2a)$$

$$V(x, y) = f_y(x, y) = a_0 + \sin \varphi \cdot x + \cos \varphi \cdot y \quad (2b)$$

As maiores dificuldades para o registro deste tipo de imagem surgem devido ao fato de se usar duas imagens de cortes diferentes de um mesmo corpo e que, portanto, podem apresentar diferenças naturais de alteração de forma, ou de elementos. Assim, o desalinhamento devido a aquisição se confunde com as diferenças naturais de (de)formação e torna-se difícil a correta determinação dos parâmetros da transformação de corpo rígido utilizando elementos intrínsecos à imagem. Quando as diferenças de deformação não são grandes, métodos de minimização quadrática podem dar bons resultados [Merickel 88], em outros casos, nos quais as diferenças são locais, métodos baseados na norma estatística, como a transformada de Hough [Castanho 95], podem ser mais indicados. Embora possa ser vantajoso em alguns casos, não estaremos considerando, neste trabalho, a utilização de elementos extrínsecos, como marcas fiduciais.

A utilização de *thin plate splines* (TPS), ou *spline de superfícies*, para o registro de imagens com deformações foi proposto pela primeira vez por Goshtasby [Goshtasby88]. No seu trabalho é sugerido que thin plate splines são superiores ao emprego de polinômios para a realização de *warping* de imagens.

Thin plate splines são funções que apresentam características interessantes para a aplicação neste tipo de problema. Estas funções modelam uma superfície infinita de metal delgado, no qual pontos de carga provocam deformações. A sua formulação assegura as restrições de que a superfície interpolante apresenta mínima energia de deformação, com relação aos pontos de carga impostos, e que seja suave, isto é, C^1 existe e é contínua. Thin plate splines são formadas através de combinação linear de funções radiais, o que significa que os valores da função são obtidos pela diferença (ou distância) de coordenadas do ponto onde a função deve ser avaliada para as coordenadas de pontos de referência. A medida que se afasta dos pontos de carga, a função apresenta um comportamento quase linear. Assim, embora sejam funções de interpolação globais, as influências de deformações locais tendem a diminuir

a medida que se afasta do ponto de deformação. Métodos globais baseados em ajuste por mínimos quadrados propagam o efeito de distorções locais por toda a imagem, através de ponderação ou equalização [Wolberg,94], [Goshtasby,88]. Com a função TPS, os efeitos das distorções locais afetam toda a imagem, porém seu efeito diminui a medida que se afasta do ponto de influência da deformação.

2.1. Registro com thin plate splines

A determinação das funções $u=f_x(x,y)$, e $v=f_y(x,y)$ usando thin plate splines pode ser interpretada como sendo um problema de interpolação de uma superfície suave por um conjunto de pontos. Assim, dado um conjunto de pontos de controle (x_k, y_k) na imagem origem e um conjunto de pontos correspondentes, (u_k, v_k) , na imagem destino, a determinação das funções $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ é equivalente a determinar duas superfícies suaves: uma que passa através dos pontos (x_k, y_k, u_k) e outra através de (x_k, y_k, v_k) . Se o problema de registro em questão é modelado por uma transformação afim, então as superfícies que passam pelos pontos de interpolação serão planos. Caso o mapeamento da imagem origem para a imagem destino apresente deformações geométricas, então o problema pode ser interpretado como a combinação linear de duas superfícies: uma plana, representando uma transformação linear e outra irregular, representando a distorção.

A função base radial para a geração da thin plate spline é definida pela seguinte expressão:

$$z(x, y) = U(r) = r^2 \log r^2 \quad (3)$$

onde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ é a distância Cartesiana a origem. Devido às características apresentadas pela função U, uma combinação linear de múltiplos termos $U(r)$ pode ser usada para modelar uma lâmina de metal delgada com extensão infinita em todas as direções. A fig.1 mostra uma representação de uma lâmina delgada correspondente à função:

$$\begin{aligned} z(x, y) = & U\left(\sqrt{x^2 + (y-1)^2}\right) - U\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2}\right) + \\ & + U\left(\sqrt{x^2 + (y+1)^2}\right) - U\left(\sqrt{(x-1)^2 + y^2}\right) = \\ & = \sum_{k=1}^4 (-1)^k U(|(x, y) - D_k|) \end{aligned} \quad (4)$$

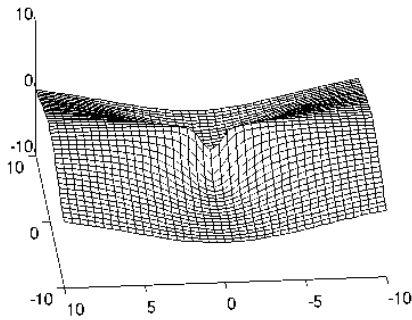


Fig.1 - Representação da superfície dada pela expressão (4).

onde D_k são os vértices (1,0), (0,1), (-1,0), (0,-1), que definem um quadrado. A interpretação física desta função é a de uma lâmina fina de metal com pontos de pressão na superfície, com suas localizações indicadas pelos vértices do quadrado. A pressão realizada sobre a superfície na direção ortogonal ao plano de superfície assume o sentido dado pelos coeficientes de U , (-1 ou 1) em cada um dos respectivos vértices. Para uma lâmina delgada sujeita a uma curvatura suave, a energia de curvatura em um ponto é proporcional à quantidade

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 z}{\partial xy}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)^2 \quad (5)$$

naquele ponto, e $z(x,y) = \sum (-1)^k U(|(x,y) - D_k|)$ minimiza a integral

$$\iint_{R^2} \left[\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 z}{\partial xy}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)^2 \right] dx dy \quad (6)$$

sobre a classe de todas as funções z tendo os valores $(-1)^k$ em D_k . Maiores detalhes da formulação teórica pode ser obtida em [Bookstein 89], ou em [Meiguet 79a, 79b, 84].

Para determinação das funções de mapeamento em x, y , é necessário resolver o sistema linear formado pelas equações apresentadas em (7), (8), (9), e (10).

A equação (7) assegura a superfície de interpolação da Thin Plate Spline como superfície suave, isto é, com a primeira derivada parcial contínua. As equações (8), (9), (10), asseguram que a TPS cresça quase linearmente quanto mais distante dos pontos de controle for a avaliação.

$$f(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + \sum_{i=1}^n k_i r_i^2 \log r_i^2 \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n k_i = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n k_i x = 0 \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n k_i y = 0 \quad (10)$$

Para cada ponto de controle haverá uma equação da forma de (7), onde (x_i, y_i) determinam um ponto de controle e $f(x_i, y_i) = z_i$, resultando em equações do tipo:

$$f(x_1, y_1) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 y_1 + \sum_{i=1}^n k_i r_{i1}^2 \log r_{i1}^2 \quad (11a)$$

:

$$f(x_n, y_n) = a_0 + a_1 x_n + a_2 y_n + \sum_{i=1}^n k_i r_{in}^2 \log r_{in}^2 \quad (11b)$$

O sistema de equações lineares assim formado é resolvido para $f(x,y)=u$, determinando o mapeamento em x e para $f(x,y) = v$, determinando o mapeamento em y , para a determinação dos parâmetros a_0, a_1, a_2 , e k_i , com $i=1, \dots, n$.

2.2 Obtenção da transformação rígida a partir da TPS.

Na formulação da thin plate spline, como apresentada na seção anterior, a componente linear da transformação é dada pelo coeficientes a_0, a_1, a_2 , os quais definem uma transformação afim. Esta formulação pode ser interpretada como sendo a sobreposição de uma superfície de deformação sobre o plano $a_0 + a_1 x + a_2 y$, que define a transformação afim. Para o caso do registro de seções seriadas, este modelo não é o ideal. Dentro do contexto de registro de imagens seriadas, estamos interessados na obtenção da transformação rígida que alinha duas imagens. O modelo a ser empregado deve, então, apresentar uma transformação de corpo rígido mais os efeitos de uma transformação de deformação. Pode-se impor esta restrição ao modelo limitando a transformação afim para que esta seja uma transformação rígida com escalamento. As funções de mapeamento ficam então:

$$f_x(x, y) = a_0 + \alpha \cos \varphi \cdot x - \alpha \sin \varphi \cdot y + \sum_{i=1}^n b_i r_i^2 \log r_i^2 \quad (12a)$$

$$f_y(x, y) = a_0 + \alpha \sin \varphi \cdot x + \alpha \cos \varphi \cdot y + \sum_{i=1}^n c_i r_i^2 \log r_i^2 \quad (12b)$$

onde α é o fator de escalamento e φ é o ângulo de rotação associados a transformação.

Para que esta restrição seja satisfeita é necessário resolver f_x e f_y , simultaneamente de maneira que o ângulo de rotação e fator de escala determinados satisfaçam ambas as funções. Para as equações em (12), os parâmetros a serem determinados são: $(\alpha \text{sen}\varphi)$, $(\alpha \text{cos}\varphi)$, a_x , a_y , b_i , e c_i , com $i=1, \dots, n$. Para a determinação destes parâmetros, deve-se resolver o sistema linear apresentado a seguir:

$$\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc|cccc|cccc|cccc|cccc}
 0_1 & 1_1 & x_1 & -y_1 & & & & & 0_{11} & 0_{12} & \dots & 0_{1n} & & & & & & & a_y & & & & u_1 \\
 0_2 & 1_2 & x_2 & -y_2 & & & & & 0_{21} & 0_{22} & \dots & 0_{2n} & & & & & & & a_x & & & & u_2 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & & \alpha \text{cos}\varphi & & & & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & & \alpha \text{sen}\varphi & & & & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & & b_1 & & & & \cdot \\
 0_n & 1_n & x_n & -y_n & & & & & 0_{n1} & 0_{n2} & \dots & 0_{nn} & & & & & & & \cdot & & & & u_n \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 0_1 & 0_2 & \dots & 0_n & 1_1 & 1_2 & \dots & 1_n & & & & & & & \cdot & & & & = & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0_1 & 0_2 & \dots & 0_n & x_1 & x_2 & \dots & x_n & & & & & & & \cdot & & & & & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0_1 & 0_2 & \dots & 0_n & y_1 & y_2 & \dots & y_n & & & & & & & b_n & & & & & 0 \\
 \hline
 1_1 & 0_1 & y_1 & x_1 & 0_{11} & 0_{12} & \dots & 0_{1n} & & & & & & & & & & & c_1 & & & & & v_1 \\
 1_2 & 0_2 & y_2 & x_2 & 0_{21} & 0_{22} & \dots & 0_{2n} & & & & & & & & & & & \cdot & & & & & v_2 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & & & & & & \cdot & & & & & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & & & & & & \cdot & & & & & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & & & & & & \cdot & & & & & \cdot \\
 1_n & 0_n & y_n & x_n & 0_{n1} & 0_{n2} & \dots & 0_{nn} & & & & & & & & & & & c_n & & & & & v_n
 \end{array} \quad (13)$$

onde $K_x = K_y$ é o Gramian da spline dado por:

$$\begin{bmatrix}
 0 & r_{21}^2 \log r_{21}^2 & \dots & r_{n1}^2 \log r_{n1}^2 \\
 r_{12}^2 \log r_{12}^2 & 0 & \dots & r_{n2}^2 \log r_{n2}^2 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 r_{1n}^2 \log r_{1n}^2 & r_{2n}^2 \log r_{2n}^2 & \dots & 0
 \end{bmatrix} \quad (14)$$

2.3. Separação dos parâmetros de translação, rotação, escala e deformação.

No método desenvolvido, diferentemente da abordagem tradicional, há uma explicitação, ou refinamento, do modelo de representação das deformações e da transformação afim. Assim, a parte linear representa ainda uma transformação afim, porém restrita a uma transformação do tipo corpo rígido com escalamento. Já a parte não linear representa um deslocamento de coordenadas aplicada a cada ponto para modelagem da deformação que ajusta as imagens. Do ponto de vista do registro de seções seriadas deve-se interpretar o fator de escala também como uma deformação, pois se considera

que as imagens foram adquiridas sem variação de escala ou distância. Portanto, é necessário separar também o efeito do escalamento do efeito da rotação, obtidos nos parâmetros $\alpha \text{sen}\varphi$, $\alpha \text{cos}\varphi$, eliminando-o da função de mapeamento. Esta separação pode ser facilmente realizada pela determinação da norma dos vetores da matriz de rotação/escalamento. Assim,

$$(\alpha \text{cos}\varphi)^2 + (\alpha \text{sen}\varphi)^2 = \alpha^2, \quad (15)$$

onde α é o fator de escala, ou ainda, usando a relação

$$\varphi = \text{atan} (\alpha \text{sen}\varphi / \alpha \text{cos}\varphi), \quad (16)$$

para obter o ângulo de rotação substituindo de volta em $(\alpha \text{sen}\varphi)$, obtemos o fator da escala. Deve-se notar, entretanto, que a simples eliminação do fator de escala da transformação não é possível pois nos conduz a obtenção de um resultado de registro enganoso. Supondo que se esteja trabalhando com contornos, o seguinte método é proposto para isolar o efeito da rotação do de escala:

1. *Determina-se o centro de massa do contorno origem.*
2. *Aplica-se a transformação linear obtida, incluindo translação, escalamento e rotação, excluindo-se os efeitos da deformação ao contorno origem.*
3. *Determina-se o centro de massa do contorno assim transformado.*
4. *Determina-se a translação de registro pela diferença entre as coordenadas dos centros de massa dos contornos antes e depois da aplicação do mapeamento;*
5. *Determina-se a rotação pela expressão (16).*

A sequência acima, embora baseada no uso de contornos, pode ser estendida para outras situações.

Deve-se observar que o centro de massa é calculado após a transformação sem os efeitos da deformação sobre o contorno. Isto é diferente de calcular a translação usando os centros de massa do contorno de origem e do contorno de destino, o que configuraria o registro pelo centro de massa dos contornos correspondentes.

3. Resultados.

Para a verificação do método de registro, são apresentados a seguir alguns experimentos com a utilização de dois polígonos representando contornos. Um deles foi derivado a partir do outro através da simulação de deformações. Este polígono é então rotacionado, transladado e então usado como alvo para o registro com o polígono original sem deformação. Os resultados dos parâmetros de transformação, obtidos

pela aplicação do método de registro desenvolvido, são, então, comparados com os resultados das transformações aplicadas, permitindo avaliar o desempenho do método.

Na fig.2, são mostrados os contornos gerados para os testes, sem os efeitos de rotação e deslocamento. Em todas as figuras o traço contínuo representa o contorno deformado a partir do contorno original em tracejado. Na figura a) o contorno contínuo foi obtido a partir do contorno em tracejado através de deslocamento em alguns vértices. Na figura b) o contorno sofre, além da deformação anterior, um escalamento de fator 1,1. Na fig. c) foi provocado uma deformação mais acentuada, atingindo maior número de vértices e um escalamento de fator 1,1.

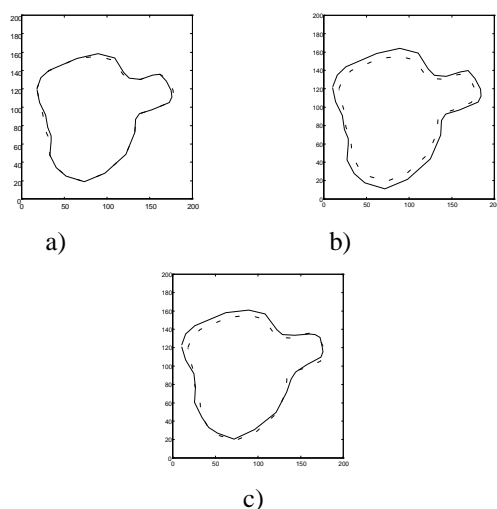


Fig. 2 - Comparação do contorno original contra os contornos com deformação, gerados para teste.

Após a geração dos contornos com deformação, estes foram rotacionados e transladados com os seguintes valores:

Rotação:	60°
Translação em x:	200
Translação em y:	50

Finalmente o contorno original sem deformação é registrado contra cada um dos contornos deformados. Os resultados obtidos com o registro são mostrados a seguir.

Teste 1: Registro do contorno da fig. 2a com pequeno grau de deformação. O resultado do registro é mostrado na fig.3 abaixo.

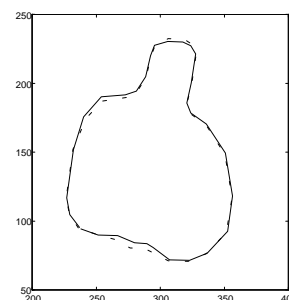


Fig. 3 - Contornos da fig. 2a após o registro.

Numericamente os resultados obtidos foram:

Translação em x:	200.0321
Translação em y:	49.4377
Rotação:	59.4384
Escala:	0.9848

Teste 2: Registro do contorno da fig. 2b.

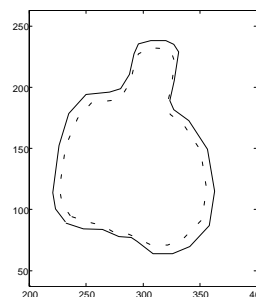


Fig.4 - Resultado do registro do contorno da fig. 2b deformado (em linha contínua) com o contorno original (em tracejado).

Numericamente os resultados obtidos foram:

Translação em x:	200.0018
Translação em y:	49.3647
Rotação:	59.4384
Escala:	1.0832

Teste 3: Registro do contorno da fig 2c.

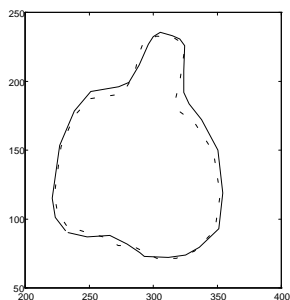


Fig.5 - Registro do contorno da fig. 2c deformado (em linha contínua) com o contorno original (em tracejado)

Numericamente os resultados foram:

Translação em x:	196.2774
Translação em y:	49.8150
Rotação:	59.4384.
Escala:	0.9759.

Erro percentual na translação:

$$tx = -1.8613\%, \quad ty = -0.3699\%$$

4. Comentários

Algumas considerações devem ser feitas com relação a interpretação e análise dos resultados dos experimentos no que se refere a precisão. Em primeiro lugar, é necessário esclarecer que os exemplos foram concebidos com a finalidade de reproduzir o mais fielmente possível situações reais e os polígonos foram produzidos baseados em imagens digitalizadas. Porém, ainda são apenas simulações e não representam todas as possibilidades de emprego do método. Também é necessário se enfatizar que os experimentos foram realizados utilizando-se contornos com deformações artificial produzidas e que não respeitam necessariamente o critério de registro, isto é, deformações com mínima energia de curvamento. Contudo, os resultados obtidos são bastante significativos. No primeiro teste, a pequena deformação teve pouca influência no resultado e o erro foi menor que um pixel nas translações e menor que um grau na rotação. No segundo teste, com um escalamento acrescentado, o resultado também foi bastante preciso, demonstrando a pequena influência do escalamento no resultado. Isto era previsível, já que o escalamento, sendo uma transformação linear, não modifica a energia de curvamento da thin plate spline. No terceiro teste, com uma deformação mais acentuada no contorno, o

resultado se deteriora um pouco, porém ainda é bastante bom e visualmente harmonioso.

Nestes experimentos, os pontos de controle utilizados para o registro dos contornos são os próprios vértices que definem os polígonos. Portanto, neste caso não há problema de casamento equivocado dos pontos de controle, já que o polígono de destino é derivado do polígono de origem. No caso de registro de imagens naturais a escolha dos pontos de controle, bem como o matching correto entre eles nas duas imagens é um problema sem solução simples. Não entraremos em considerações a este respeito neste artigo por estar fora dos objetivos propostos. Porém, é interessante notar que a thin plate spline também oferece recursos para a análise da qualidade do matching entre os pontos de controle através da análise dos níveis de deformação (ou de energia) com os quais cada ponto está associado. Por exemplo, poderemos considerar que pontos de controle com um grande nível de deformação associado, não apresentam um alto grau de confiabilidade e portanto podem ser descartados em um processo de registro iterativo. O artigo de Bookstein [Bookstein 89] apresenta subsídios para o procedimento dessa análise.

Alguns aspectos computacionais devem ser comentados. Flusser chama a atenção em seu artigo [Flusser 92] para o fato de que o custo computacional da solução do sistema equações é elevado quando o número de pontos de controle excede a 50, inviabilizando a sua aplicação. Mais recentemente, Barrodale mostra que recentes avanços em técnicas de cálculo numérico minimizaram a importância deste problema [Barrodale 93]. De qualquer modo, em muitas aplicações, a quantidade de pontos utilizada pode ser bem menor do que 50.

Com relação a aplicabilidade do método, é preciso ficar claro que os resultados obtidos com o procedimento apresentado é ótimo estritamente dentro do conceito de que a energia total para a deformação (ou curvamento da superfície) é minimizada. A adoção desta técnica pressupõe que a aplicação, ou o objeto das imagens, para qual o registro deva ser usado, obedeça este critério, ou pelo menos apresente um comportamento aproximado. Por outro lado, o critério de minimização de energia está presente em uma série de modelos físicos e inclusive na modelagem de alguns processos visuais [Terzopoulos 83], [Grimson 83], e, por isso, do ponto de vista de modelagem de um fenômeno natural, como é o caso das deformações em amostras de biologia, a utilização deste critério é bastante plausível. É bom lembrar que este mesmo princípio é aplicado na formulação de curvas splines naturais e uma dimensão, das quais a thin plate spline é uma extensão [Lancaster 86].

As características interpolatórias das thin plate splines também sugerem seu emprego para interpolação entre imagens, com vantagens sobre métodos que se utilizam de polinômios. Proposta semelhante foi apresentada por Ruprecht [Ruprecht 94] com a utilização de outras funções radiais. A utilização da mesma técnica para registro e interpolação das imagens pode, eventualmente, ser utilizada para ganhos computacionais e de implementação.

5. Conclusões.

Apresentamos, neste artigo, uma nova técnica de registro utilizando thin plate splines como função de mapeamento. Embora do ponto de vista de implementação as modificações apresentadas, em relação a aplicação direta da thin plate spline para registro de imagens, sejam relativamente simples, do ponto de vista conceitual do modelo usado e da sua interpretação, as mudanças são significativas. No modelo apresentado neste artigo, o registro é feito modelando-se uma transformação rígida com a sobreposição de efeitos de escalamento uniforme e de deformações. Diferentemente, na aplicação direta da thin plate spline, a transformação de registro é modelada como sendo uma combinação linear de uma transformação afim genérica com uma componente de deformação. A função de mapeamento obtida obedece ao critério de que a energia total de deformação é mínima.

O modelo apresentado se aplica de maneira muito mais precisa ao registro de imagens de seções seriadas. Esta abordagem difere, e mostra-se conceitualmente mais adequada do que a abordagem de outros métodos apresentados na literatura, nos quais tenta-se separar os efeitos da deformação pela escolha dos elementos adequados da imagem, ou este efeito é tratado como um problema de minimização do erro implícito no dados.

6. Bibliografia

[Barrodale 93] - Barrodale, I., et alli. **Warping Digital Images using Thin Plate Splines**. Pattern Recognition, vol. 26, no. 2, pp. 375-376, 1993.

[Bookstein 89] - F. L. Bookstein. **Principal Warps: Thin-Plate Splines and the Decomposition of Deformations**, PAMI, vol. 11, no. 6, pp. 567-585, June, 1989.

[Brown 92] - L. Gottesfeld Brown, **A survey of image registration techniques**, Computing Surveys, vol. 29, pp. 325-376, 1992.

[Castanho 95] - José E. Castanho, Olga R.P. Bellon, Clésio Tozzi. **Image Registration And Image Interpolation In Volume Rendering Of Cross Sections**. 1995 IEEE International Conference on

Systems, Man and Cybernetics, Vancouver, Canadá, October, 1995.

[Elsen 93] - Petra A. van den Elsen, Evert-Jan D. Pol. Max A. Viergever. **Medical Image Matching - A Review with Classification**. IEEE Engineering in Medicine and Biology, pp. 26-39, 1993.

[Flusser 92] - J. Flusser, **An adaptive method for image registration**, Pattern Recognition, vol. 25, no. 1, pp. 45-54, 1992.

[Goshtasby 88] - A. Goshtasby. **Registration of images with geometric distortions**. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 26, pp. 60-64, 1988.

[Grimson 83] - W. E. L. Grimson, **An implementation of a Computational Theory of Visual Surface Interpolation**. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 22, pp 39-69, 1983.

[Lancaster 86] - Peter Lancaster and Kestutis Salkauskas. **Curve and Surface Fitting**. Academic Press, 1986.

[Meinguet 79a] - J. Meinguet. **An intrinsic approach to multivariate spline interpolation at arbitrary points**, in Polynomial and Spline approximation, B. Sahney, Ed. Dordrecht, The Netherlands: Reidel, pp. 163-190, 1979.

[Meinguet 79b] - Jean Meinguet. **Multivariate interpolation at arbitrary points made simple**, Journal of Applied Math. and Physics (ZAMP), vol. 30, pp. 292-304, 1979.

[Meinguet 84] - J. Meinguet. **Surface spline interpolation**, in Approximation Theory and Spline Functions, S. P. Singh et al, Ed. Dordrecht, The Netherlands: Reidel, pp. 127-142, 1984.

[Merickel 88] - Michael Merickel. **3D Reconstruction: The Registration Problem**. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 42, 206-219, 1988.

[Ruprecht 94] - D. Ruprecht and Heinrich Müller. **Deformed Cross-Dissolves for Image Interpolation in Scientific Visualization**. The Journal of Visualization and Computer Animation, vol. 5, pp 167-181, 1994.

[Terzopoulos 83] - Demitri Terzopoulos. **Multilevel Computational Process for Visual Surface Reconstruction**. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 24, pp 52-96, 1983.

[Wolberg 94] - Wolberg, G. **Digital Image Warping**. IEEE Computer Society Press, 1994.