

Generación de Campos Vectoriales sobre Imágenes Binarias

Viviana Vargas
Departamento de Matemática
Pontificia Universidad Católica
Rio de Janeiro, Brasil
Email: vivagra@gmail.com

Sinesio Pesco
Departamento de Matemática
Pontificia Universidad Católica
Rio de Janeiro, Brasil
Email: spesco@gmail.com

Resumen—En este trabajo presentamos un método para generar campos vectoriales sobre imágenes binarias. La idea es entender la imagen como un flujo y su campo vectorial representa el sentido en el cual ese flujo se desarrolla. Para definir los vectores usamos el contorno de la imagen y predefinimos el conjunto de direcciones que los vectores pueden tomar. En un trabajo posterior la generación de campos vectoriales es empleada en el modelamiento de reservorios de petróleo, usando geoestadística multipunto. La definición de un campo vectorial sobre el reservorio, permite representarlo de una manera más detallada, entendiéndolo como las direcciones que siguió en su proceso de formación.

Abstract—In this work we present a method for generating vector fields over binary images. The idea is to interpret the image as a flow and the associated vector field as the direction in which the flow develops. To define the vector field we use the image contour and a predefined set of possible directions. In a work in progress, the vector field generation is employed in the modeling of oil reservoirs, using multipoint geostatistics. The definition of the vector field over the reservoir allow us to represent it in a more detailed way, thinking the directions of the vector field as the ones followed in the formation process.

I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo presentamos un método, llamado **CVEC**, para definir un campo vectorial sobre una imagen binaria. Estamos interesados en dado un objeto (puntos negros sobre la imagen), definir sobre él un campo vectorial de forma que su flujo envíe puntos del objeto dentro de él mismo o fuera de los límites de la imagen. De esta manera podríamos interpretar el objeto de la imagen como un conjunto de partículas que se mueven de acuerdo al flujo generado por el campo.

La principal idea del método es usar el contorno de la imagen para definir los vectores. A través de sucesivas erosiones de la imagen se obtiene una sucesión de curvas de contornos en las cuales se definen los vectores. Encontrando los contornos estamos hallando las curvas integrales del campo vectorial.

La definición de un vector en un punto cualquiera dentro de la imagen no es inmediata, por ejemplo en el punto p de la figura 1, no es claro cual sería el vector que mejor

representaría el flujo del cuerpo en ese punto. Sin embargo, si tomamos sólo puntos en el contorno de la imagen, se percibe de forma clara dos posibles vectores que podrían ser seguidos por este punto para continuar dentro del mismo contorno, como se observa en el punto q de la figura 1.

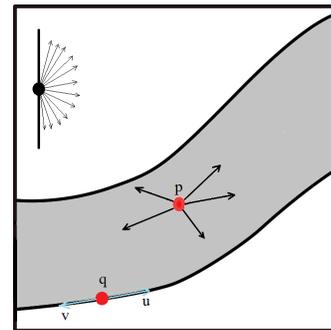


Figura 1. En puntos interiores hay varios posibles valores para el campo vectorial. En puntos del contorno como q el campo se puede definir como uno de los dos vectores u o v , que hacen con que el punto continúe dentro del contorno.

Para decidir cual de los dos vectores seleccionar, usamos un objeto auxiliar que llamamos de **intervalo preferencial**. Este intervalo contiene las posibles direcciones que pueden tomar los vectores en el campo vectorial. En nuestro ejemplo, tomando el intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, el valor del campo en el punto q correspondería al vector u .

Guiados por el contorno de la imagen y el intervalo preferencial definimos el campo vectorial sobre toda la imagen.

CVEC se basa fundamentalmente en dos cosas: El contorno de la imagen y un intervalo preferencial. El contorno, es la curva que delimita el cuerpo, i.e. donde se cambia de estar dentro a estar fuera del cuerpo. El intervalo preferencial es el rango de valores que pueden tomar las direcciones de los vectores.

Este método fue aplicado en el trabajo [8] para el modelamiento multipunto de reservorios de petróleo turbiditos, en donde el campo de vectores se usa para guiar la simulación.

II. METODOLOGÍA

El método propuesto **CVEC** define un campo de vectores sobre una imagen binaria. Para ilustrar el método usaremos la imagen dada por la figura 2(a). La imagen binaria Im con fondo blanco, es representada por la función Im dada de la siguiente manera:

$$Im(p) = \begin{cases} 1, & \text{si } p \text{ está en el cuerpo} \\ 0, & \text{si } p \text{ está en el fondo} \end{cases}$$

El campo de vectores será definido sobre los puntos negros de la imagen, es decir sobre el cuerpo.

II-A. Sucesión de contornos

El algoritmo empieza con una imagen Im_0 , definiendo su contorno. Sea p un punto en Im_0 tal que $Im_0(p) = 1$. p será definido como un punto del contorno si cuando se centra la estructura dada por la figura 2 en p , se tiene que $Im_0(u_j) = 0$ para algún $j \in \{1, 2, 3, 4\}$, i.e. p tiene al menos un punto blanco en la vecindad definida por la estructura dada. El contorno C_0 es una nueva imagen definida por $C_0(p) = 1$ si p es un punto en el contorno de Im_0 y $C_0(p) = 0$ en otro caso. La figura 2(b) muestra el contorno C_0 de la imagen Im_0 .

Luego de obtener el primer contorno, se genera una nueva imagen Im_1 formada por los puntos negros en Im_0 que no están en su contorno C_0 , de esta manera tenemos que Im_1 es la diferencia $Im_0 - C_0$ (Figura 2(c)).

El proceso anterior es una operación básica en el procesamiento de imágenes morfológico, conocida como erosión. Ella requiere de un elemento estructurante o kernel (que en el caso anterior fue dado en la figura 2), el cual determina el resultado de la erosión de la imagen.

Posteriormente, se aplica erosión sobre la imagen Im_1 , obteniendo su contorno C_1 y la diferencia Im_2 . Aplicando este proceso repetidamente se obtienen dos sucesiones de imágenes, uno de contornos C_0, C_1, \dots, C_k y otra con las diferencias Im_0, Im_1, \dots, Im_k , como se observa en la figura 2. Dado que se está llevando a cabo una erosión, entonces los cuerpos en la sucesión Im_n se hacen cada vez más pequeños en cada paso.

Para decidir cuántas veces aplicar erosión hay varios criterios. Por ejemplo cuando el número de puntos en la imagen erosionada Im_n es menor que una cierta proporción del total de puntos en la imagen inicial. Como la cantidad de componentes conexas puede aumentar con cada erosión, entonces otro criterio es observar el número de componentes conexas en la imagen Im_n y con base en ello decidir cuando parar de erosionar.

La imagen inicial se puede describir como unión de los sucesivos contornos y de la última imagen de diferencias, de la siguiente manera:

$$Im_0 = C_0 \cup C_1 \cup \dots \cup C_{k-1} \cup Im_k, \quad (1)$$

en particular en el ejemplo dado por la figura 2, $Im_0 = C_0 \cup C_1 \cup Im_2$.

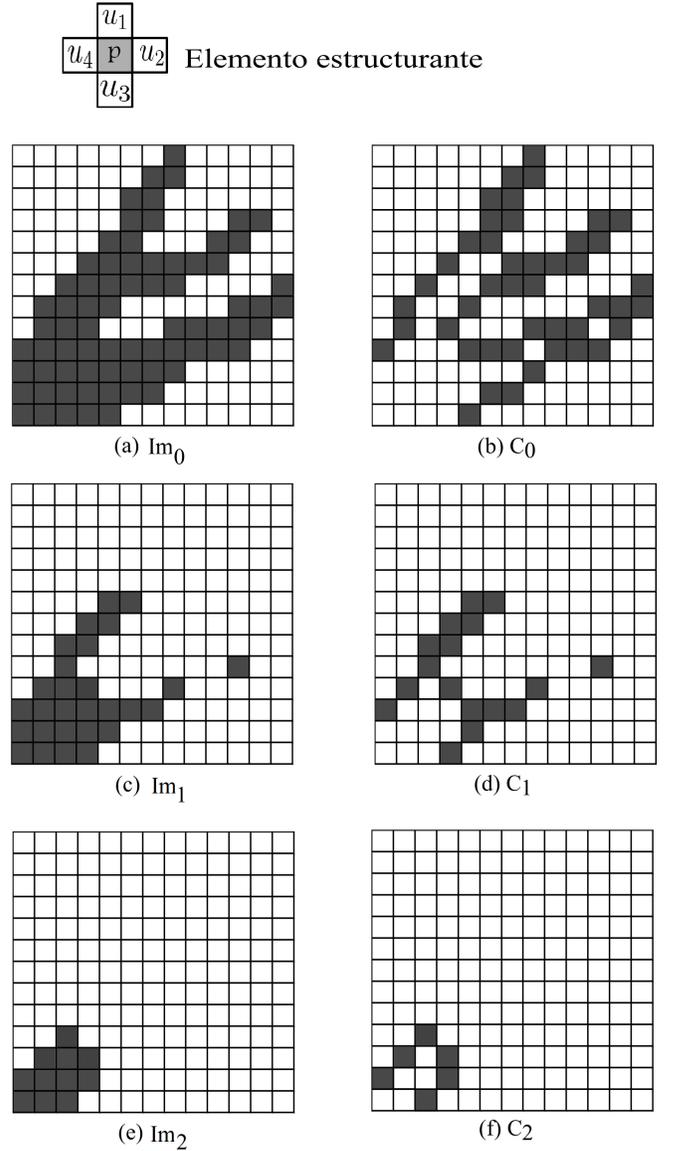


Figura 2. Ilustración del elemento estructurante usado para definir el contorno y de las sucesiones C_n de contornos y Im_n de diferencias.

II-B. Definición del campo vectorial en la sucesión de contornos

El campo vectorial en un punto se define usando el contorno al cual pertenece. Dado que en los puntos del contorno, empleando el intervalo preferencial, es posible definir la dirección que el punto debe seguir para continuar dentro del contorno. Este vector es el que define el campo vectorial en ese punto.

Como fue descrito anteriormente dado un punto $p \in Im$ en un contorno, se tienen dos caminos que el punto podría seguir para continuar dentro del contorno, la elección de uno de los dos se hace de acuerdo al intervalo preferencial.

La idea para definir la dirección del vector en el punto es aproximar la pendiente de la línea tangente al contorno

que pasa por ese punto. Para determinar la tangente a un curva en el punto p , se consideran las líneas secantes que pasan por p y por puntos cercanos q . La tangente se obtiene en el límite cuando el punto q tiende al punto p . Dado que el contorno es discreto, el límite no tiene sentido, entonces la tangente será aproximada usando dos secantes.

La selección de los puntos cercanos a p para calcular la secante, se hace dando pasos sobre el contorno siguiendo el intervalo preferencial de direcciones. Tomar un paso de tamaño 1 a partir del punto p es elegir un punto vecino q (q está inmediatamente al lado de p) que está en el contorno y que cumple con el intervalo preferencial, i.e. la dirección del segmento \overline{pq} está dentro del intervalo preferencial. Si más de un punto satisface esa condición entonces aleatoriamente se selecciona uno. Dar un paso de tamaño n significa dar n pasos de tamaño 1.

Para construir el campo vectorial, se escogen dos tamaños de pasos n y m . A partir de cada punto p perteneciente a un contorno se dan dos pasos de tamaños n y m , alcanzando dos posiciones finales en los puntos q_n y q_m . La dirección α_i de la secante que pasa por p y q_i se define como el ángulo entre la línea $\overline{pq_i}$ y el eje x , para $i = n, m$. La dirección en el punto p se define como el promedio de estas dos direcciones. Entonces el vector en el punto p tendrá norma uno y su dirección está dada por:

$$\frac{\alpha_n + \alpha_m}{2}.$$

En la figura 3 los puntos q_1 y q_3 se obtienen al dar pasos de tamaño 1 y 3 respectivamente desde el punto p . α_1 y α_3 son los ángulos formados con el eje x . También se puede observar que para puntos como r en la imagen, no es posible seguir el procedimiento descrito en el momento de tomar un paso dentro del contorno. En este caso la definición del campo vectorial se reserva para más adelante. De la misma manera se define el campo en todos los elementos de la sucesión de contornos.

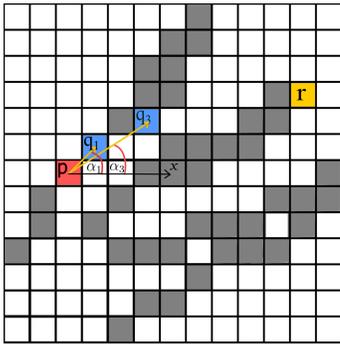


Figura 3. Pasos de tamaño 1 y 3 a partir del punto p en el contorno C_0 . r es un punto en el contorno que no tiene sucesor.

En la figura 4(a) se muestra el conjunto de vectores del primer elemento en la sucesión de contornos C_0 . En las posiciones marcadas en amarillo necesitaremos aplicar un otro procedimiento para definir el campo vectorial en ellas.

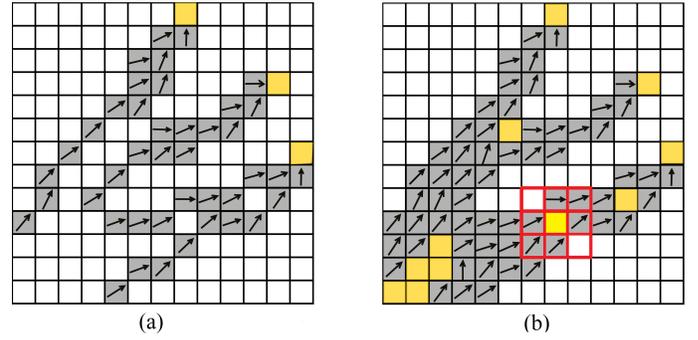


Figura 4. (a) Campo vectorial definido en el primer elemento C_0 de la sucesión C_n . (b) Campo vectorial definido en los contornos C_0, C_1, C_2 ; los puntos amarillos no tienen un vector definido todavía.

II-C. Definición del campo vectorial en otros puntos

En la subsección anterior se definió el campo en la secuencia de contornos. Sin embargo, resta definirlo en los puntos en el interior, Im_k y en los puntos que pertenecen a algún contorno pero que no tienen sucesor. Para estos puntos el campo se define como el promedio de los valores conocidos entorno a él, en una cierta vecindad (usualmente a uno o dos puntos de distancia).

El campo vectorial en los contornos C_0, C_1, C_2 , dados por la figura 2(b,d,e) se muestran en la figura 4(a). Los puntos amarillos representan los puntos en $T_3 = T_2 - C_2$ junto con los puntos en el contorno que no tiene un vector definido todavía. La vecindad en rojo se centra en estos puntos y la dirección se define como el promedio de los valores conocidos dentro de esa vecindad.

El método se puede resumir en el algoritmo 1:

Algorithm 1 CVEC

- 1: Generar el contorno C_0 de la imagen Im_0 .
 - 2: Se obtiene una nueva imagen $Im_1 = Im_0 - C_0$.
 - 3: Se repite (1),(2) para conseguir C_i y T_{i+1} para cada paso i .
 - 4: Hallar la dirección en cada punto del contorno de la sucesión C_n usando paso de tamaños n y m .
 - 5: Para los puntos donde no se ha definido una dirección, se hace interpolación de los valores conocidos en una vecindad del puntos.
-

III. RESULTADOS

En esta sección mostraremos algunos ejemplos usando el método CVEC

III-A. Ejemplo 1

El método fue aplicado para la imagen dada por la figura 5 de tamaño 250x250, la cual representa un sistema de canales. Sobre esta imagen se llevaron a cabo tres erosiones (ver figura 6). Y se le asignó el vector a los puntos sobrantes a través de 3 interpolaciones. Debido a la estructura que presenta la imagen, se puede pensar

que estos canales se desarrollaron de izquierda a derecha, y visualmente se escogió como intervalo preferencial $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. En la figura 7 se muestra el campo de vectores en valores espaciados, para una mejor visualización. En el cuadro azul se tiene un zoom de una región en el campo. Se observa que el campo se comporta de la manera esperada.

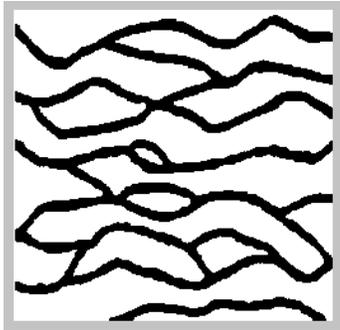


Figura 5. Imagen del ejemplo 1.

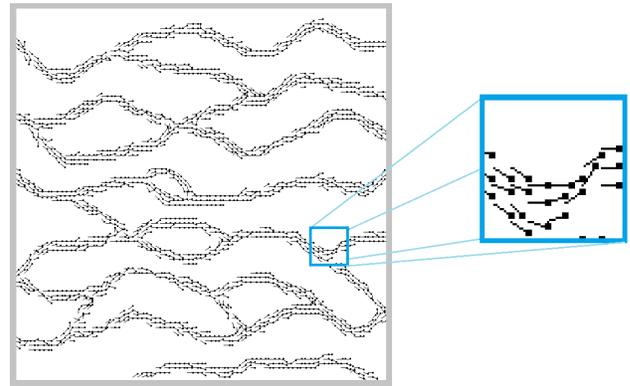


Figura 7. Campo vectorial de la imagen de la figura 5 y ampliamento del área en el recuadro azul.

III-B. Ejemplo 2

Ahora aplicamos el método para definir un campo sobre la imagen dada en la figura 8 de tamaño 300x300, que corresponde a la silueta de un gato. En este caso no se tiene naturalmente un sentido en el que se desarrolla la imagen, pero el intervalo preferencial usado fue $[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}]$. Se aplicaron 30 erosiones y 3 interpolaciones para definir el campo de vectores. En la figura 9 se tiene el campo vectorial generado y el zoom de una pequeña región.



Figura 8. Imagen del ejemplo 1.

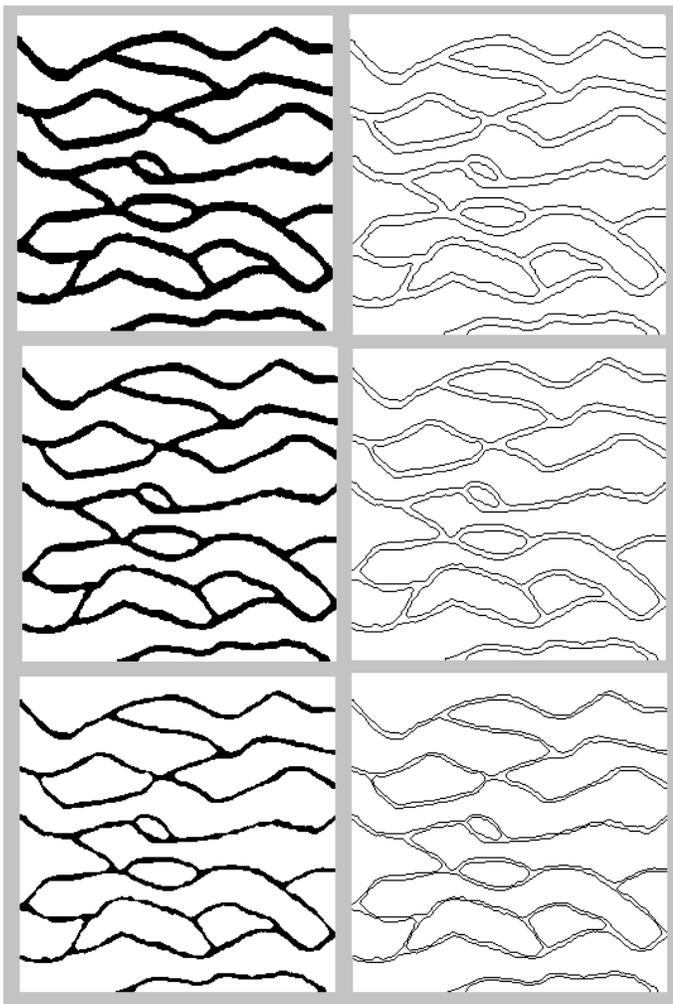


Figura 6. Erosión de la imagen de la figura 5 con sus respectivos contornos.

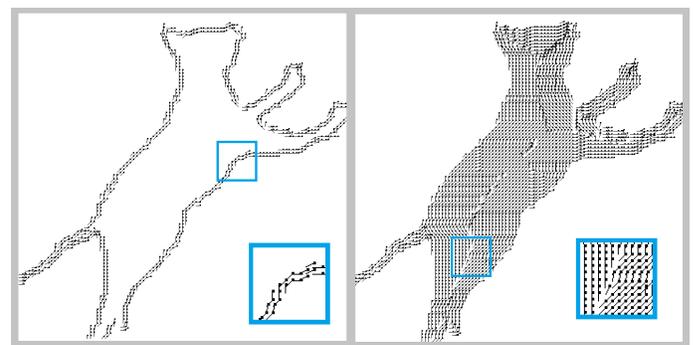


Figura 9. Campo vectorial de la imagen de la figura 8 en los dos primeros contornos de la imagen y en toda la imagen.

IV. APLICACIÓN DEL MÉTODO

Los métodos de geostatística multipunto modelan fenómenos usando una imagen predeterminada, a la cual se llama imagen de entrenamiento. Las imágenes de entrenamiento deben representar la continuidad y todas las posibles características que se cree posee el fenómeno que se quiere modelar. Estas imágenes pueden provenir de diseños de geólogos, de fotografías o ser el resultado de otra simulación con base en objetos. Las imágenes de entrenamiento junto con otros condicionamientos como de pozo o información sísmica, se usan para crear múltiples escenarios representando la misma continuidad espacial que se supone presenta el fenómeno.

Entre los métodos multipuntos se encuentran aquellos que usan la imagen de entrenamiento desde un enfoque probabilístico como se presentan en los trabajos [3] y [6], esto significa que se intentan generar imágenes que presentan estadísticas similares a las de la imagen de entrenamiento. Por otro lado, se tienen los métodos con un enfoque de construcción de imagen como en los trabajos [1], [5] en donde se intenta reproducir los patrones que se encuentran en la imagen de entrenamiento. La idea general es obtener una base con todos los patrones de la imagen, usando un template fijo. Estos métodos se pueden comparar con un ropecabezas, donde las piezas son los patrones que se usan para generar otras imágenes. Un patrón es colocado al lado de otro si en la región donde se intersectan ellos son similares, la medida que generalmente se usa para determinar la similaridad entre patrones depende de su configuración de puntos blancos y negros en la región en común.

Un conjunto de especial importancia entre estos métodos multipuntos son los que modelan fenómenos para los cuales no es adecuado usar un modelamiento estacionario (que se presentan en trabajos como [4], [7]), como por ejemplo para reservorios turbidíticos. Este tipo de fenómeno presenta una estructura ramificada, un ejemplo de este tipo de imágenes se da en la figura 10, ella proviene de una fotografía de un abanico aluvial que se desarrolla entre las cadenas de montañas Kunlun y Altun que forman el límite sur del desierto Taklimakan en China.

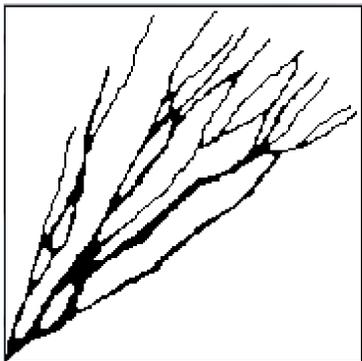


Figura 10. Imagen de entrenamiento.

En el trabajo [8] usamos el método CVEC para asociar un campo vectorial a la imagen de entrenamiento. Este campo fue luego usado para definir una medida de similitud entre pares de patrones. Con esta medida de similitud realizamos simulaciones multipunto con la idea de simular reservorios turbidíticos. Pudimos observar que nuestro método presente en [8] genera realizaciones que preservan la continuidad de la imagen de entrenamiento original y tienen un perfil de direcciones similar a esta. Notamos que la falta de continuidad en las simulaciones es un problema frecuente en el modelamiento de este tipo de fenómenos, sin embargo el método descrito en [8], el cual usa CVEC, logra preservarla.

En la figura 11 se muestra el campo de vectores obtenido al aplicar CVEC para la imagen en la figura 10.

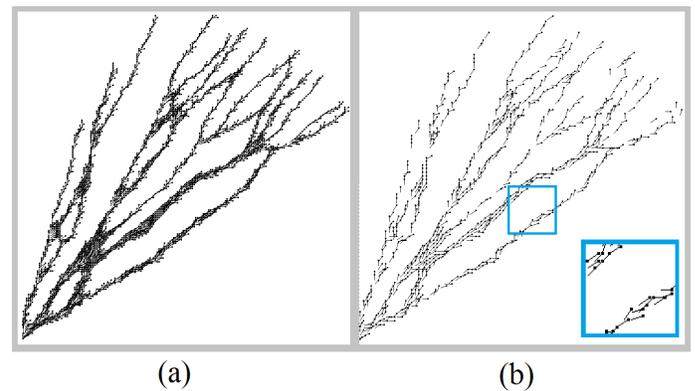


Figura 11. Campo vectorial de la imagen en la figura 10. (a) Muestra todos los vectores sobre la imagen (b) Se ilustran los vectores espaciadamente y un ampliamento de una región.

V. CONCLUSIONES

En este artículo se presentó un método para definir un campo de vectores sobre un cuerpo en una imagen binaria. Nuestro propósito fue definir este campo de forma que se pueda pensar que el objeto en la imagen fue generado por un conjunto de partículas que seguían este campo. Se encontraron contornos sucesivos, que fueron interpretados como curvas integrales del campo, y sobre estos contornos se fue definiendo el campo. Los contornos de la imagen fueron obtenidos a partir de la aplicación de sucesivas erosiones sobre el cuerpo.

Debemos señalar que este método no se puede aplicar a cualquier tipo de imagen binaria, por ejemplo no sería aplicable en el caso de tener un ruido aleatorio. Sin embargo, se puede aplicar a un gran rango de imágenes, entre estas, imágenes de entrenamiento que aparecen en el modelamiento de reservorios turbidíticos. Creemos que la introducción de CVEC, como fue hecha en el trabajo [8], consiguió mejorar los resultados en la simulación multipunto.

Existen algunas posibilidades que podrían ser abordadas en trabajos futuros como por ejemplo:

- Introducir otro tipo de criterios que reemplacen el papel del intervalo preferencial. Una opción sería para cada componente conexa fijar el valor del campo en uno de sus puntos y a partir de allí tomar valores para otros puntos buscando preservar algún tipo de continuidad en el campo.
- Utilizar el metodo CVEC en otro tipo de modelamientos geostadísticos diferentes de los propuestos en [8].
- Crear campos vectoriales que no sólo tengan en cuenta la dirección, es decir, permitir la posibilidad de vectores con norma diferente de uno. Una idea en este sentido sería tomar la norma del campo en un punto como la densidad del objeto en esa posición.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a PETROBRAS por patrocinar parcialmente esta investigación bajo el contrato PT-120.60.10085 – SAP4600456482.

REFERENCIAS

- [1] Arpat GB, Caers J (2007) Stochastic simulation with patterns. *Mathematical Geology* 39(2):177–203
- [2] Caers, J (2011) *Modeling uncertainty in the earth sciences*, Wiley-blackwell
- [3] Guardiano, F; Srivastava, M (1993) *Geostatistics - Troia'92*, Springer Netherlands, Dordrecht, Ch. Multivariate Geostatistics: Beyond 516 Bivariate Moments, pp. 133-144
- [4] Honarkhah, M; Caers, J (2012) Direct pattern-based simulation of non-stationary geostatistical models, *Math Geosci* 44: 651 - 672
- [5] Honarkhah, M; Caers, J (2010) Stochastic simulation of patterns using distance-based pattern modeling, *Math Geosci* 42:487-517
- [6] Strebelle S, (2002) Conditional simulation of complex geological structures using multiple-point statistics, *Mathematical Geology*, 34: 1-22
- [7] De Vries, L.M.; Carrera, J; Falivene, O; Gratacós O; Slooten L.J (2009) Application of multiple point geostatistics to non-stationary images, *Math Geosci* 41: 29-42
- [8] Vargas V, (2017) *Image based simulation methods for depositional systems modeling*, Tesis doctoral, Pontificia Universidade Católica