

APLICAÇÃO DE RADIOSIDADE À SÍNTESE DE IMAGENS DE OBJETOS FORMADOS POR SUPERFÍCIES CURVAS

Gladimir V. Guimarães Baranoski

Curso de Pós-Graduação em Ciência da Computação, UFRGS
Caixa Postal 1501 - 90001 - Porto Alegre, RS

RESUMO - É proposto um novo método para o cálculo de fatores de forma de superfícies difusas curvas e/ou planas, visando ampliar o escopo de aplicação do método de síntese de imagens conhecido como radiosidade, e contribuir para o aumento do grau de realismo das imagens geradas por este método.

1. INTRODUÇÃO

No momento atual, a síntese de imagens realísticas, através da utilização de recursos de computação gráfica, está recebendo um destaque significativo. Os esforços nessa área são no sentido de obter processos de geração mais rápidos, além de aumentar o grau de realismo das imagens obtidas. Para atender a estas necessidades foram desenvolvidos e estão sendo aprimorados diversos métodos.

Entre os métodos mais recentes, o da *radiosidade*, proposto por Goral et alii em 1984 [6], gradativamente está atraindo o interesse de pesquisadores devido à qualidade das imagens obtidas. Este método baseia-se nos princípios da transferência de calor por radiação para modelar a interação de luz entre superfícies de um ambiente fechado e determinar os efeitos de iluminação global.

A radiosidade de uma superfície consiste da luz emitida e da luz refletida por ela. Para calcular a radiosidade de uma superfície é necessário especificar tanto as relações geométricas entre as superfícies que compõem o ambiente como os aspectos de emissão luminosa associados a cada superfície. A especificação das

relações geométricas é feita através do cálculo dos *fatores de forma*, os quais indicam como uma superfície "vê" as demais, ou seja, a sua orientação angular em relação as outras.

A grande vantagem deste método é ser independente da posição do observador. Isto significa que, após serem calculados os fatores de forma, mudanças nos parâmetros de visualização e nas características de iluminação do ambiente não tornam necessário um recálculo destes fatores. Isto permite que, uma vez especificadas as características geométricas de um ambiente através dos fatores de forma, se possa gerar rapidamente uma sequência de imagens, o que torna bastante atrativo o emprego do método da radiosidade em animação.

2. DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA

Como foi citado anteriormente, o método da radiosidade é utilizado para modelar a interação de luz entre objetos e/ou superfícies. Quando se trata de objetos formados por superfícies curvas é necessário efetuar uma aproximação destas superfícies através de polígonos, com o objetivo de propiciar o cálculo dos respectivos fatores de forma através de determinados métodos numéricos, tais como integração por contorno e hemicubo.

Entretanto esta metodologia apresenta duas desvantagens. A primeira é a de que como o número de operações de cálculo de fatores de forma é proporcional ao número de polígonos, quanto maior for o número de polígonos utilizados para representar uma superfície curva, maior será o número de fatores de forma a serem calculados. Como o "gargalo" do método é justamente o cálculo destes fatores (cerca de 90% do tempo de processamento [7]), o aumento do número de operações deste tipo aumentará significativamente o custo de aplicação do método. Pode ser observado que a maioria das imagens sintetizadas a partir do cálculo das radiosidades apresentam, em geral, objetos formados por superfícies planas.

A segunda desvantagem diz respeito ao aspecto da precisão, já que é mais preciso representar objetos formados por superfícies curvas através de elementos, ou "patches", curvos, do que através de polígonos. Ao empregar elementos curvos pode-se obter fatores de forma mais precisos e por consequência aumentar a exatidão das radiosidades das superfícies, o que contribui diretamente para o aumento do grau de realismo das imagens geradas.

Portanto procurou-se obter um método numérico, *método do diferencial paramétrico*, que possibilita-se o cálculo de fatores de forma entre superfícies difusas curvas e/ou planas, formadas por patches e descritas por equações paramétricas, no espaço, visando um aumento da precisão e uma diminuição do número de operações de cálculo de fatores de forma a serem efetuadas.

3. MÉTODO DO DIFERENCIAL PARAMÉTRICO

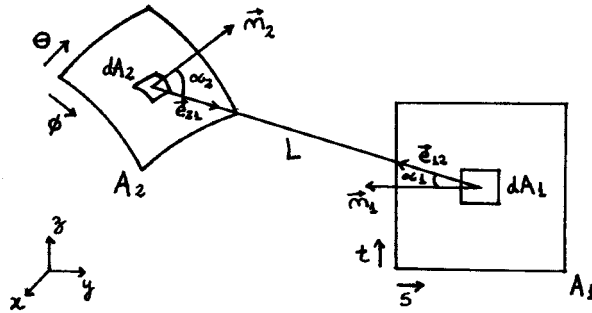
Fator de forma, fator de visão, ou ainda, fator de configuração é por definição a relação entre a energia radiante que sai de um elemento de área dA_1 , de uma superfície A_1 , e chega diretamente a um elemento de área dA_2 , de uma superfície A_2 (figura 1). Os fatores de forma são função do tamanho, da forma geométrica, da posição relativa e da orientação das superfícies. Podemos ter fatores de forma difusos ou especulares, dependendo das superfícies empregadas. Como este trabalho se restringe a superfícies difusas, serão tratados apenas os fatores difusos.

O fator de forma elementar é dado por:

$$Fd_{A_1-dA_2} = \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}{\pi L^2} dA_1 dA_2$$

O fator de forma entre duas superfícies finitas é dado por:

$$FA_1-A_2 = F_{1-2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}{\pi L^2} dA_2 dA_1$$



L = distância entre dA_1 e dA_2 .

α_1 = ângulo entre a normal de A_1 , \vec{n}_1 , e \vec{e}_{12} .

α_2 = ângulo entre a normal de A_2 , \vec{n}_2 , e \vec{e}_{21} .

t, s = variáveis paramétricas que definem A_1 .

θ, ϕ = variáveis paramétricas que definem A_2 .

Figura 1. Geometria dos fatores de forma.

Normalmente os diferenciais de área são representados por diferenciais compostos por variáveis cartesianas. Entretanto como se deseja trabalhar com equações paramétricas é necessário definir estes diferenciais utilizando variáveis paramétricas.

Em [1], são apresentados diferenciais de área formados por variáveis paramétricas, mas que limitam-se a representar elementos de área planos. Como será descrito a seguir, o diferencial de área paramétrico proposto permite representar elementos de área curvos e/ou planos, no espaço tridimensional.

Considerando uma superfície S definida por uma função $g(u,v)$, sabemos que a normal em cada ponto desta superfície pode ser determinada através do produto vetorial das derivadas parciais de g em relação a u e v , ou seja :

$$\vec{n} = \frac{\partial g}{\partial u}(u,v) \times \frac{\partial g}{\partial v}(u,v)$$

Da teoria do campo vetorial [8] ou da formulação dos elementos finitos [4], sabemos que o diferencial de área dS pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$dS = \left| \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial u} (u, v) \times \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial v} (u, v) \right| dv du = |\vec{n}| dv du$$

E se integrarmos dS segundo os limites de u e v , teremos a área da superfície S :

$$\text{Área de } S = \int_u \int_v |\vec{n}| dv du$$

Aplicando estes conceitos a formulação original dos fatores de forma temos que:

$$\cos \alpha_1 = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{e}_{12}}{|\vec{n}_1| |\vec{e}_{12}|} \quad \text{e} \quad \cos \alpha_2 = \frac{\vec{n}_2 \cdot \vec{e}_{21}}{|\vec{n}_2| |\vec{e}_{21}|}$$

$$dA_1 = |\vec{n}_1| ds dt \quad \text{e} \quad dA_2 = |\vec{n}_2| d\phi d\theta$$

$$A_1 = \int_t \int_s |\vec{n}_1| ds dt$$

$$L = |\vec{e}_{12}| = |\vec{e}_{21}|$$

Então temos:

$$F_{1-2} = \frac{1}{\int_t \int_s |\vec{n}_1| ds dt} \int_t \int_s \int_\theta \int_\phi \frac{(\vec{n}_1 \cdot \vec{e}_{12})(\vec{n}_2 \cdot \vec{e}_{21}) |\vec{n}_1| |\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{e}_{12}| |\vec{n}_2| |\vec{e}_{21}| \pi L^2} d\phi d\theta ds dt$$

Simplificando:

$$F_{1-2} = \frac{1}{\pi \int_t \int_s |\vec{n}_1| ds dt} \int_t \int_s \int_\theta \int_\phi \frac{(\vec{n}_1 \cdot \vec{e}_{12})(\vec{n}_2 \cdot \vec{e}_{21})}{L^4} d\phi d\theta ds dt$$

O fator de forma F_{2-1} pode ser obtido através da seguinte relação de reciprocidade apresentada em [6]:

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1}$$

As integrais são resolvidas pelo método da quadratura gaussiana. Entretanto devido à curvatura de uma das superfícies

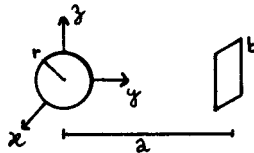
ou de ambas, nem todos os pontos de uma superfície são visíveis pelos pontos da outra. Nesse caso as respectivas parcelas do somatório resultante da integração numérica não deverão ser consideradas.

Um teste de visibilidade é efetuado para identificar cada uma dessas parcelas antes de calcular o seu valor. No caso da determinação de F_{1-2} , este teste constitui-se no produto escalar entre os vetores \vec{n}_1 e \vec{e}_{12} . Se o valor do produto escalar for positivo, o respectivo ponto da superfície A_2 é visível pelo respectivo ponto da superfície A_1 e a parcela é adicionada ao somatório.

4. RESULTADOS

Com o objetivo de validar o método do diferencial paramétrico, foi efetuado o cálculo do fator de forma entre uma esfera e um quadrado (figura 2). E o resultado obtido foi comparado com o valor analítico deste fator, obtido através da formulação apresentada em [5].

Os autores da formulação analítica consideraram o tamanho da esfera muito pequeno em relação as dimensões do quadrado. Além disso, afirmaram que alterações no valor do raio da esfera não alteram o valor do fator de forma, o que foi verificado através dos valores obtidos pelo método proposto.



a = distância entre o centro da esfera e o centro do quadrado.

r = raio da esfera.

b = lado do quadrado.

Figura 2. Geometria para o cálculo de F_{e-q} .

Os testes foram executados em um PC-AT 286, em um ambiente Turbo Pascal 5.0. Foram considerados $a=6$ e $b=6$ e o fator de forma analítico obtido foi o seguinte:

$$F_{e-q(\text{analítico})} = 6.4084 \times 10^{-2}$$

Os valores obtidos pelo método proposto foram os seguintes:

a) Empregando quadratura gaussiana com três pontos:

Raio da esfera	$F_{e-q(\text{numérico})}$
1	4.1136×10^{-2}
0.1	4.6231×10^{-2}
0.01	4.6566×10^{-2}
0.001	4.6597×10^{-2}
0.0001	4.6601×10^{-2}

Tempo de processamento de cada fator = 1.86s .

b) Empregando quadratura gaussiana com quatro pontos:

Raio da esfera	$F_{e-q(\text{numérico})}$
1	7.0517×10^{-2}
0.1	6.9549×10^{-2}
0.01	6.9390×10^{-2}
0.001	6.9375×10^{-2}
0.0001	6.9374×10^{-2}

Tempo de processamento de cada fator = 5.88s .

c) Empregando quadratura gaussiana com cinco pontos:

Raio da esfera	$F_{e-q(\text{numérico})}$
1	6.4600×10^{-2}
0.1	6.2445×10^{-2}
0.01	6.2298×10^{-2}
0.001	6.2298×10^{-2}
0.0001	6.2298×10^{-2}

Tempo de processamento de cada fator = 14.44s .

Através destes valores pode-se constatar que a melhor precisão foi obtida utilizando-se cinco pontos de gauss. Entretanto quatro pontos de gauss são suficientes para obter o valor da área da esfera de forma precisa. Então utilizando-se cinco pontos de gauss para a integral quádrupla e quatro pontos para a integral dupla o fator de forma obtido foi o seguinte:

$$F_{e-q}(\text{numérico}) = 6.3901 \times 10^{-2}$$

Comparando-se com o fator de forma analítico, pode-se determinar o valor do erro em 0.3% .

O segundo teste consistiu em considerar uma esfera de raio $r=1$ no interior de um cubo concêntrico. Nesse caso o fator de forma analítico entre a esfera e uma das faces do cubo, sendo $a=6$ e $b=12$, tem o valor correspondente a $1/6$, conforme é afirmado em [5].

Foram obtidos três valores de fatores de forma pelo método proposto, utilizando-se cinco pontos de gauss:

a) Considerando a esfera como um todo :

$$F_{e-q}(\text{numérico}) = 1.7815 \times 10^{-1}$$

$$\text{Erro} = 6.44\%$$

$$\text{Tempo de processamento} = 14.44\text{s} .$$

b) Considerando a esfera dividida em 16 patches :

$$F_{e-q}(\text{numérico}) = 1.7211 \times 10^{-1}$$

$$\text{Erro} = 3.16\%$$

c) Considerando a esfera dividida em 32 patches :

$$F_{e-q}(\text{numérico}) = 1.7190 \times 10^{-1}$$

$$\text{Erro} = 3.04\%$$

Os tempos de processamento dos casos b e c foram, respectivamente, quatro e oito vezes superiores ao do caso a, sendo considerada a simetria da esfera. Em ambos os casos, b e c, foram calculados os fatores de forma de cada patch em relação à face do cubo e o fator de forma total da esfera em relação à face foi calculado empregando a seguinte expressão apresentada em [2] :

$$F_{2-1} = \frac{1}{A_1} \sum_{p=1}^n F_{p-1} A_p$$

onde:

F_{p-1} = fator de forma do patch p.

A_p = área do patch p.

n = número de patches.

5. CONCLUSÃO

O método do diferencial paramétrico permite o cálculo de fatores de forma entre superfícies difusas curvas e/ou planas, sem a necessidade da aproximação destas superfícies através de polígonos, apresentando um excelente grau de precisão. Desta forma permite que o método da radiosidade seja aplicado à síntese de cenas com uma geometria mais geral, e conseqüentemente com um maior grau de realismo.

Como as fórmulas analíticas são usadas como padrão de precisão, poderia se pensar em utilizá-las com o objetivo de obter um maior grau de realismo. Entretanto as fórmulas analíticas limitam-se a um número restrito de casos, ao contrário do método numérico proposto, o qual é geral.

Além disso, as fórmulas analíticas geralmente fornecem valores de fatores de forma levando em conta o objeto como um todo. O método proposto permite obter os fatores de forma de setores, ou patches, dos objetos, o que para fins de simulação de efeitos de iluminação é o mais adequado. Com efeito, nos testes onde a esfera foi dividida em patches, foi possível observar que os fatores de forma obtidos para cada patch estavam de acordo com a simetria do próprio objeto e com a sua posição relativa em relação à face do cubo, evidenciando a eficiência do método.

Este trabalho faz parte da dissertação de mestrado do autor, a qual está em andamento. Pretende-se gerar imagens através de um sistema protótipo, com o objetivo de ilustrar os resultados obtidos. Afim de aumentar o grau de realismo, as radiosidades dos patches serão interpoladas utilizando um algoritmo de interpolação bilinear como é apresentado em [2].

BIBLIOGRAFIA

- [1] CHUNG, T. J., KIM, J. Y.. "Radiation View Factors by finite elements". Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, 104(4):702-5, 1982.

- [2] COHEN, M. F., GREENBERG, D. P.. "The hemi-cube a radiosity solution for complex environments". Computer Graphics, 19(3):31-40, 1985.
- [3] COHEN, M. F., GREENBERG, D. P., IMMEL, D. S., BROCK, D. J.. "An efficient radiosity approach for realistic image synthesis". IEEE Computer Graphics and Applications, 6(3):26-35, 1986.
- [4] ERGATOUDIS, J. G.. "Isoparametric finite elements in two and three dimensional stress analysis". Thesis University of Wales. University College of Swansea School of Engineering. 1968.
- [5] FEINGOLD, A., GUPTA, K. G.. "New analytical approach to the evaluation of configuration factor in radiation from sphere and infinitely long cylinder". Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, 92(1):69-76, 1970.
- [6] GORAL, C. M., TORRANCE, K. E., GREENBERG, D. P., BATTLE, B.. "Modelling the interaction of light between diffuse surfaces". Computer Graphics, 18(2):213-22, 1984.
- [7] XU, H., PENG, Q., LIANG, Y.. "Accelerated radiosity method for complex environments". In : Eurographics'89. North Holland, 1989.
- [8] WILLIAMSON, R. E., CROWELL, R. H., TROTTER, H. F.. "Cálculo de funções vetoriais". Livros Técnicos e Científicos. Rio de Janeiro. 1975.

AGRADECIMENTOS

O autor deste trabalho gostaria de agradecer ao apoio e incentivo dados pelo seu orientador, professor Anatólio Laschuk, pela professora Carla Dal Sasso Freitas, pelo colega Marcelo Walter e pela colaboradora Adriane Elena Chirico.