

## INTERPOLAÇÃO DE IMAGENS COM SPLINES CÚBICAS

João Marques de Carvalho e Maria Luceneide Mota Revoredo

Laboratório de Sinais, Imagens e Computação Gráfica

DEE/CCT/UFPB

58.100 - Campina Grande - Pb.

### SUMÁRIO:

O presente trabalho tem por objetivo investigar como imagens digitalizadas podem ser inicialmente reduzidas em tamanho (ou de de cimadas) para armazenamento ou transmissão e posteriormente res-tauradas para o tamanho original, por interpolação com splines cúbicas. Resultados preliminares indicam que reduções superiores a 75% na memória utilizada para armazenar uma dada imagem podem ser alcançadas. Adicionalmente, técnicas de interpolação podem ser usadas para produzir expansões de uma imagem, ou parte de uma imagem, gerando o efeito conhecido como ZOOM.

### 1. INTRODUÇÃO

O uso de funções splines cúbicas na interpolação/reconstru-ção de sinais digitais tem sido objeto de considerável atenção. Em particular, a utilização destas funções polinomiais no proces-samento em tempo real de sinais amostrados foi investigado, re-sultando, através do uso das estruturas conhecidas como redes po-lifásicas, em um sistema de fácil implementação e bom desempenho [1],[2],[3].

Splines Cúbicas na sua forma mais básica, requerem o cálcu-lo de um polinômio do terceiro grau para cada um dos intervalos de interpolação considerados. Os coeficientes destes polinômios são obtidos a partir das amostras do sinal a ser interpolado e das derivadas do mesmo nos pontos de amostragem. Inicialmente as derivadas nos pontos extremos do intervalo de amostragem conside-rado são estimadas, para que a partir delas as demais sejam cal-culadas. Este cálculo envolve a inversão de uma matriz  $(N-2) \times (N-2)$ , o que, computacionalmente, pode ser bastante dispendioso para

grandes valores do número  $N$  de amostras considerado [1].

## 2. INTERPOLAÇÃO COM REDES POLIFÁSICAS

Redes Polifásicas, ou Malhas Polifásicas, consistem de uma combinação em paralelo de filtros passa-tudo não-recursivos (FIR) deslocadores de fase, todos operando na mesma frequência de amostragem do sinal a ser interpolado. A implementação de um método de interpolação por estas estruturas, requer que cada ponto interpolado seja expresso como uma combinação linear das amostras originais do sinal, os coeficientes desta combinação correspondem aos coeficientes de um dos filtros da malha polifásica. Estes coeficientes são calculados a partir das características do método utilizado, no caso splines cúbicas, do fator de interpolação desejado e do número  $M$  de amostras originais, não dependendo, entretanto, dos valores destas amostras. Deste modo, o conjunto de coeficientes dos filtros do interpolador, chamados de filtros polifásicos, não muda durante a operação do sistema, necessitando ser calculados apenas uma vez antes do início da operação [4].

O diagrama de blocos de uma malha polifásica é mostrado na Figura 1. O sistema é composto por  $L$  filtros de comprimento  $M$ , onde  $L$  é o fator de interpolação, ou seja, o número de pontos interpolados para cada amostra original, e  $M$  o número de amostras originais utilizadas nos cálculos. A varredura executada na saída dos filtros faz com que os pontos gerados apareçam sucessivamente na saída do sistema, resultando em um sinal com uma taxa de amostragem  $L$  vezes superior à da entrada. Esta varredura se repete sempre que uma nova amostra é recebida pelo interpolador, o que significa que os mesmos filtros são utilizados na geração dos próximos  $L$  pontos, e assim por diante. Esta configuração produz resultados satisfatórios para  $M$  maior ou igual a quatro, resultando em um sistema que combina simplicidade com velocidade de operação, o que o torna especialmente adequado para aplicações em tempo-real [2].

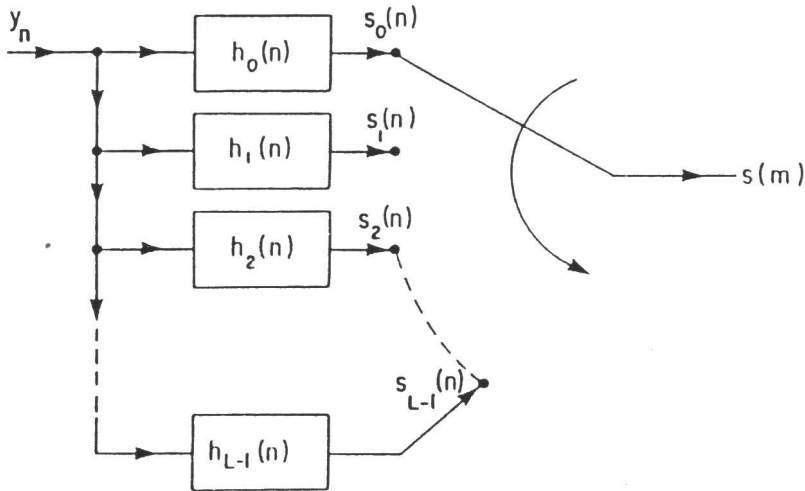


FIGURA 1 - Diagrama de Blocos de uma Rede Polifásica.

### 3. INTERPOLAÇÃO DE IMAGENS COM SPLINES CÚBICAS

Neste trabalho, splines cúbicas implementadas por uma malha polifásica são aplicadas na interpolação de imagens digitalizadas. Como no caso da interpolação em tempo real, um número  $M=4$  de amostras originais foi utilizado nos cálculos. O interpolador varre a imagem a ser interpolada, linha por linha e coluna por coluna, sucessivamente. Para cada quatro amostras originais o intervalo do meio, entre as segunda e terceira amostras, é preenchido com os pontos interpolados. Em seguida o interpolador é deslocado uma amostra para a direita, no caso da interpolação de uma linha, e o próximo intervalo é preenchido. Quando toda a linha tiver sido processada, o mesmo procedimento é repetido para a linha imediatamente abaixo e assim sucessivamente. Às colunas são varridas de cima para baixo e da esquerda para a direita. Observe-se que algumas das colunas a serem interpoladas são formadas pelas amostras originais das imagens, enquanto outras são formadas pelas amostras geradas durante a interpolação das linhas.

Pelo acima exposto, pode-se concluir que os pontos, ou pixels, interpolados no intervalo entre as amostras  $p(i, j+1)$  e  $p(i, j+2)$  podem ser expressos como:

$$s(i,j+1,m) = \sum_{k=0}^3 h(m,k).p(i,j+k), m=0,1,2,\dots,L-1$$

onde  $L$  é o fator de interpolação, enquanto  $i$  e  $j$  são os índices indicadores das linhas e colunas, respectivamente. Como mencionado anteriormente, o conjunto de coeficientes  $h(m,k)$  dos filtros polifásicos é constante para dados valores de  $M$  e  $L$ , podendo ser determinado antes do processamento ser iniciado. Uma vez calculados estes coeficientes, cada pixel interpolado necessita apenas de quatro multiplicações e três adições para ser gerado.

#### 4. AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO

A imagem teste utilizada é mostrada na Figura 2. Esta imagem é de tamanho  $64 \times 64$  com 32 níveis de cinza. Sua reprodução é feita através da técnica de impressão com superposição de caracteres proposta em [5] e utilizada em [6]. Para os testes aqui descritos, esta imagem sofreu inicialmente uma redução de tamanho, ou decimação, e foi em seguida restaurada ao seu tamanho original por interpolação. Medidas de erro foram então obtidas comparando a imagem original com a restaurada.

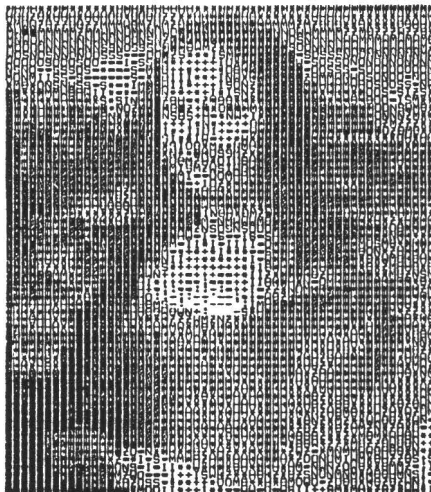


FIGURA 2 - Imagem Teste Original.

Três reduções foram aplicadas na imagem original, resultando em imagens de tamanho 32x32, 22x22 e 16x16. Os fatores de interpolação usados na restauração destas imagens foram L=2, L=3 e L=4, respectivamente. As respectivas imagens restauradas são mostradas nas Figuras 3.a, 3.b e 3.c. As Figuras 3.d, 3.e e 3.f mostram as correspondentes imagens erro quadrático representadas em negativo, para melhor visualização. Pode-se observar uma concentração do erro nas regiões correspondentes as bordas mais aguçadas da imagem original. O efeito visual é um borramento destas bordas nas imagens interpoladas. Este efeito deve-se ao fato de que interpoladores atuam essencialmente como filtros passa-baixa, portanto removendo as componentes espectrais de alta frequência presentes nas bordas [7]. Como esperado, a incidência de erro aumenta com o grau de interpolação sofrida pela imagem.

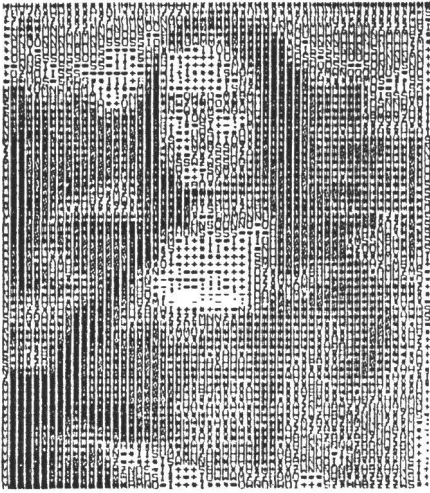
Os resultados obtidos com o método aqui descrito foram comparados com os produzidos por três outras técnicas de interpolação. Na Tabela 1, os valores do erro médio quadrático para os quatro métodos são apresentados em função de L. SPLINE1 corresponde à implementação com rede polifásica, enquanto SPLINE2 corresponde à forma básica das funções splines cúbicas descrita anteriormente. Os outros dois métodos são interpolação linear e replicação. Pode-se observar que SPLINE1, SPLINE2 e LINEAR apresentam resultados aproximadamente equivalentes, enquanto REPLICAÇÃO é nitidamente inferior.

TABELA 1 - Erro Médio Quadrático.

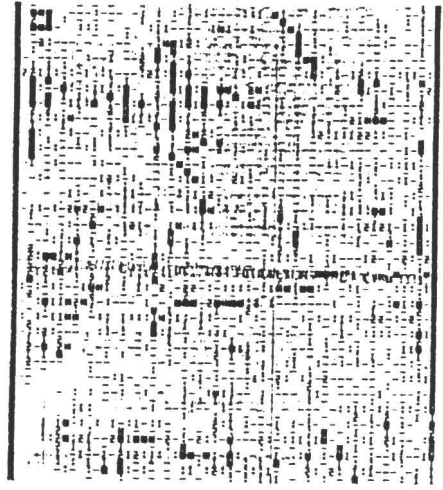
MÉTODOS	L=2	L=3	L=4
SPLINE1	8,335	14,367	26,433
SPLINE2	7,659	13,635	31,953
LINEAR	7,884	13,723	24,060
REPLICAÇÃO	12,077	20,449	37,271

Visualmente, os resultados da interpolação com SPLINE2 e LINEAR também revelaram-se equivalentes aos produzidos por SPLINE1, sendo praticamente indistinguíveis do que é mostrado na Figura 3.

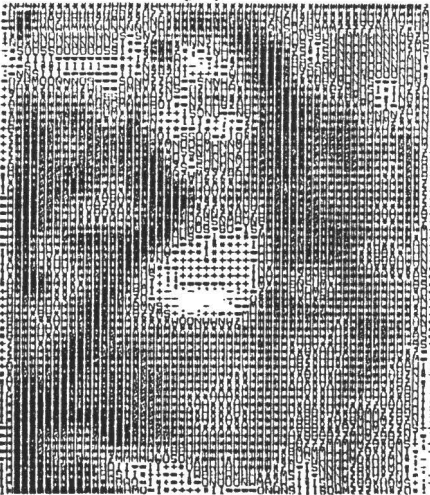
Do ponto de vista computacional, SPLINE2 é o mais dispense



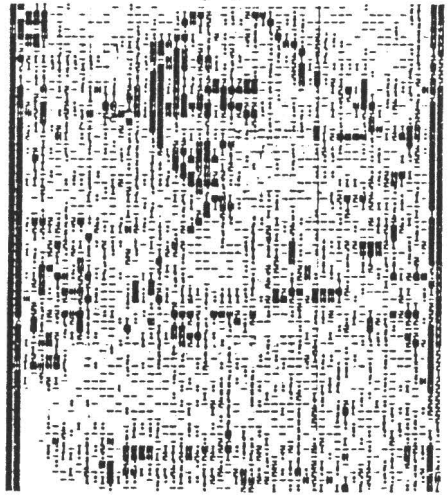
(a)



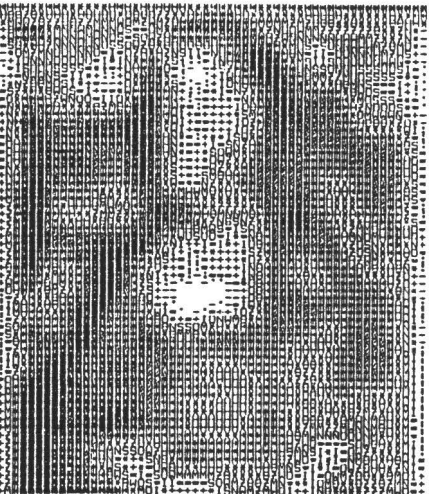
(d)



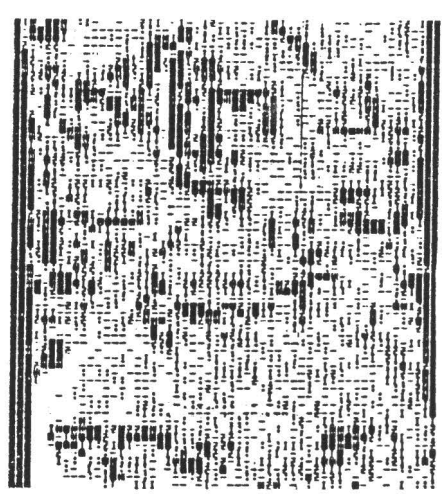
(b)



(e)



(c)



(f)

FIGURA 3

dioso dos métodos utilizados, já que apenas a determinação dos polinômios interpoladores envolve a inversão de uma matriz  $(N-2) \times (N-2)$  ( $N = 64$ , no presente caso) para cada linha e coluna a serem interpoladas. SPLINE1, como mencionado antes, requer apenas quatro multiplicações e três adições para cada pixel interpolado.

## 5. CONCLUSÕES

Os resultados apresentados representam uma análise de pior caso para o método SPLINE1, já que apenas o número mínimo de quatro amostras ( $M=4$ ), é utilizado no cálculo de cada pixel. É esperado que estes resultados melhorem significativamente com o aumento de  $M$ . Embora este aumento implique em uma maior complexidade computacional, o uso da estrutura de malha polifásica garante que esta complexidade é sempre inferior a da forma básica (polinomial) de implementar splines cúbicas. Tipicamente,  $M$  multiplicações e  $M-1$  adições serão necessárias para cada pixel interpolado.

Um outro aspecto a ser investigado, é o processamento das imagens interpoladas por algoritmos que implementam operações de realce de bordas como, por exemplo, transformações de histograma. O objetivo é diminuir o borramento observado nas bordas das imagens interpoladas, produzindo assim uma réplica mais fiel da imagem original.

Devido a limitações de equipamento, somente 32 níveis de cinza podem ser usados na representação da imagem processada, o que limita consideravelmente a precisão obtida com a interpolação. A aquisição de uma unidade de visualização para o sistema em uso, com capacidade para 256 níveis de cinza, deverá melhorar bastante a qualidade das imagens restauradas.

Os três casos considerados de redução do tamanho da imagem original, representam uma economia mínima de memória de 75%, obtida com a redução para  $32 \times 32$ . Dependendo da aplicação que se tenha em mente e dos recursos disponíveis, uma economia desta ordem, aliada com a simplicidade e velocidade de operação do método proposto, pode compensar pelo erro inerente à interpolação, justificando o seu uso.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Prof. Arnaldo de A. Araújo pelos valiosos comentários e sugestões que muito ajudaram na elaboração deste trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J.M. de Carvalho; "Cubic Spline, Polyphase Networks, and Real-Time Interpolation", Tese de Doutorado, University of Waterloo, Waterloo, Canada, Outubro, 1984.
- [2] J.M. de Carvalho e J.V. Hanson; "Real-Time Interpolation with Cubic Splines and Polyphase Networks", Canadian Electrical Engineering Journal, Vol. 11, Nº 2, pp. 64-72, Abril, 1986.
- [3] J.M. de Carvalho; "Real-Time Interpolation with Slope or Curvature Continuity", Proceedings of the European Signal Processing Conference (EUSIPCO-86), Haia, Países Baixos, Setembro, 1986.
- [4] R.E. Crochiere e L.R. Rabiner; "Multirate Digital Signal Processing", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, EUA, 1983.
- [5] R.C. Gonzalez e P. Wintz; "Digital Image Processing", Addison-Wesley, New York, EUA, 1977.
- [6] A. de A. Araújo, J.M. de Carvalho, J.E.B. Martinez e N.J. Leite; "PICTOREA: Um Sistema Didático de Processamento Digital de Imagens", Anais do XIV SEMISH, Salvador, Bahia, Julho, 1987.
- [7] R.W. Schafer e L.R. Rabiner; "A Digital Signal Processing Approach to Interpolation", Proceedings of the IEEE, Vol. 61, Nº 6, pp. 692-702, Junho, 1973.