

ESTRATÉGIAS PARA A FUSÃO DE REGIÕES UTILIZANDO CONJUNTOS DIFUSOS

GILSON BRAVIANO¹
ANNICK MONTANVERT²
PASCAL BERTOLINO²

¹Departamento de Expressão Gráfica - CCE - UFSC
CP 476 - 88.010-970 - Florianópolis - SC
gilson@mbox1.ufsc.br

²Laboratoire TIMC - Techniques de l'Imagerie, de la Modélisation et de la Cognition
Institut Albert Bonniot
Domaine de la Merci, 38706 La Tronche, França
{Annick.Montanvert,Pascal.Bertolino}@imag.fr

Abstract. In [3] it was presented a way to introduce fuzzy edges and vertices in graphs to manipulate uncertainty and imprecision in images. This procedure provide more flexibility in segmentation techniques based on pyramid structures but it introduces several topologic problems to merge regions. This work presents strategies to realize good region merges and to avoid connectivity problems.

1 Introdução

A visão assistida por computador tem contado com um grande avanço nos últimos anos. Em algumas de suas aplicações, precisa-se extrair de uma cena os objetos que a compõem. Tal processo é conhecido pelo nome de segmentação. Neste trabalho abordase técnicas piramidais de segmentação, as quais são baseadas no crescimento de regiões e em processos de contração de grafos. Propõe-se formas de gerenciar as relações de adjacência e de similaridade nos grafos que representam a imagem após a introdução de arestas e vértices difusos.

A seção 2 deste trabalho enfoca o uso de estruturas piramidais clássicas e difusas na segmentação de imagens. Na seção 3 propõe-se um modelo baseado na teoria dos conjuntos difusos que permite gerenciar as relações entre arestas e vértices na pirâmide. Estratégias de fusão envolvendo regiões difusas são propostas na seção 4 e, para finalizar, apresenta-se as conclusões na seção 5.

2 Estruturas piramidais clássicas e difusas

Uma pirâmide é uma estrutura de dados capaz de representar uma imagem em diferentes níveis de resolução, permitindo a eliminação das informações redundantes e inúteis. A combinação do paralelismo, da recursividade e da multi-resolução faz da estrutura piramidal uma ferramenta de porte na representação e no tratamento de dados. Análises comparando os diferentes aspectos dos modelos piramidais citados

acima, podem ser encontradas em [1, 4, 6].

A modelagem do nível zero (**base**) de uma pirâmide, usando grafos, é realizada da seguinte forma: a cada *pixel* da imagem, associa-se um vértice, e a aresta (x, y) é criada se e somente se os dois *pixels* representados pelos vértices x e y são vizinhos. Nos níveis superiores da pirâmide, cada vértice representa um conjunto conexo de vértices da base, chamado **campo receptor**. Em cada nível da pirâmide as relações de vizinhança entre os campos receptores são representadas por um grafo chamado **grafo de adjacência**. A figura 1(c) mostra o grafo de adjacência associado à configuração mostrada em 1(a).

A utilização de um limiar de similaridade s_g ¹ no grafo de adjacência permite a eliminação das adjacências sem interesse, criando um **grafo de similaridade**. Desta maneira, mesmo que os campos receptores dos vértices x e y sejam vizinhos, a aresta (x, y) só estará presente no grafo de similaridade se a condição seguinte for satisfeita:

$$|NC(x) - NC(y)| \leq s_g \quad (1)$$

onde $NC(x)$ é o nível de cinza da região representada pelo vértice x .

¹A escolha de s_g é um problema difícil. Se este valor for grande, várias fusões entre regiões vizinhas tendo uma certa similaridade se produzem; o caso inverso induz à detecção de regiões sem interesse. Para evitar esses problemas é proposta em [7] a extração de um grafo de similaridade orientado, baseada em uma análise mais detalhada da vizinhança de cada região.

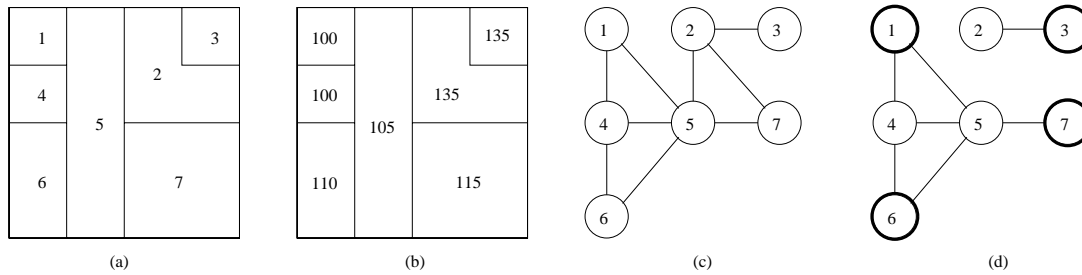


FIGURA 1: Grafos de (c) adjacência e (d) similaridade associados à configuração de regiões de (a), cujos níveis de cinza estão especificados em (b).

Um nível k da pirâmide é construído a partir do nível precedente $k - 1$, cujos vértices são ditos **vivos**. Um subconjunto desses vértices será escolhido (segundo regras que serão apresentadas ainda nesta seção), formando o conjunto dos **sobreviventes** do nível $k - 1$. Estes sobreviventes serão então os vértices vivos do nível k . No fim do processo, as ligações entre os h níveis da pirâmide são feitas de maneira que cada elemento de um nível k esteja ligado com os elementos do nível $k - 1$ que ele representa (chamados seus **filhos**) e com um elemento do nível $k + 1$ (chamado de **pai**). Estas relações definem uma estrutura arborescente na pirâmide.

2.1 Construção da pirâmide clássica

A construção da pirâmide irregular ² de uma imagem é feita recursivamente e em paralelo da base ao ápice através de um processo de contração de grafos. Em cada nível, as etapas seguintes devem ser realizadas:

- escolha dos sobreviventes;
- os não sobreviventes escolhem um pai;
- atualização dos atributos dos sobreviventes;
- atualização dos grafos de adjacência e de similaridade.

No momento em que o grafo de similaridade no nível k da pirâmide não possui mais arcos, o algoritmo pára pois nenhuma outra fusão é possível.

A escolha dos sobreviventes é feita em paralelo, segundo os seguintes critérios:

C1: Cada não sobrevivente deve ter ao menos um vizinho que sobrevive (para que ele possa ser representado nos níveis seguintes);

²Por comodidade de notação e visando simplificar a apresentação, não se distinguirá neste trabalho, as pirâmides irregulares estocásticas das adaptativas. Mais detalhes podem ser encontrados em [2, 5, 7].

C2: Dois vértices adjacentes no grafo de similaridade não podem sobreviver ao mesmo tempo (garantindo assim a convergência do processo).

Em seguida, cada vértice que não sobrevive escolhe entre seus vizinhos sobreviventes aquele que lhe é mais similar. Os novos atributos associados a cada campo receptor são calculados levando em conta todos os seus elementos. A atualização do grafo de adjacência é feita com base na nova topologia dos campos receptores da base da pirâmide. Em seguida, usa-se o limiar s_g para que o grafo de similaridade seja também atualizado (para obter a figura 2(d) usou-se $s_g = 15$).

2.2 Construção da pirâmide difusa

O modelo difuso para a segmentação de imagens utilizando estruturas piramidais foi proposto em [3]. A idéia de base deste modelo é que, enquanto um vértice morto não esteja apto a escolher seu pai, ele se ligue de forma difusa a vários pais até que possa realizar esta escolha. Enquanto os níveis superiores da pirâmide vão se formando, os vários pais do vértice, chamado então de difuso, utilizam parcialmente seus atributos, levando em consideração seu grau de pertinência a cada pai.

Esta flexibilidade em uma estrutura piramidal permite que alguns vértices *indecisos* adiem sua escolha enquanto outros se regroupam, formando novas regiões. Essas últimas, podendo ser mais similares à região indecisa, geram a realização de melhores fusões.

Todo este processo utiliza a noção de pertinência parcial de um elemento a várias classes ao mesmo tempo, fornecida pela definição de conjuntos difusos, dada a seguir:

Definição 1 Seja X o conjunto universo. Um conjunto difuso A em X é definido por uma função de pertinência μ_A que associa para cada elemento x de X seu grau de pertinência à A em $[0,1]$:

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]. \quad (2)$$

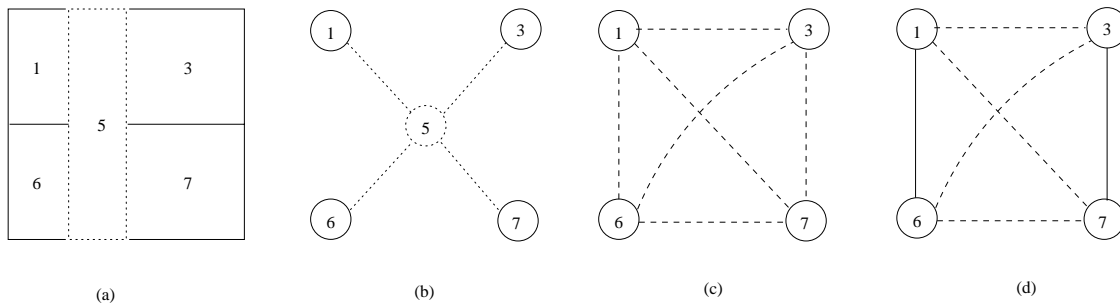


FIGURA 2: (a) Configuração contendo uma região difusa e (b) grafo mostrando as ligações entre este elemento com seus pais. (c) Grafo representando as arestas difusas geradas por um vértice difuso e (d) o grafo anterior considerando as arestas reais, já existentes.

Um conjunto é dito clássico quando μ_A assume somente os valores 0 ou 1.

Na pirâmide difusa as relações entre pais e filhos devem ser revistas no caso dos vértices difusos. Em [3] é apresentado um estudo sobre as formas de gerenciar este tipo de ligação, o qual é sintetizado no parágrafo seguir.

Seja F um vértice que morre no nível k da pirâmide e $,^k(F) = \{V_1, V_2, \dots, V_v\}$ o conjunto de seus vizinhos. Considere-se o conjunto de pais potenciais de F , $P^k(F) = \{S_1, S_2, \dots, S_p, \dots, S_t\}$, no nível k , de maneira que $sim(F, S_1) = sim(F, S_2) = \dots = sim(F, S_p)$ e $sim(F, S_p) > sim(F, S_j) \quad \forall j > p$, onde s é a função de similaridade. Como cada um dos pais potenciais é um vértice sobrevivente, tem-se $P^k(F) \subseteq ,^k(F)$, então $t \leq v$. Ora, F não pode escolher seu pai em $P^k(F)$ pois existem vários deles que lhe são identicamente similares, sendo este valor maximal. F torna-se então um vértice difuso e mantém ligação com todos os elementos de $\{P^k(V_1), P^k(V_2), \dots, P^k(V_v)\}$ independentemente das suas similaridades. O conjunto $P^{k+1}(F)$ conterá $P^k(S_1), P^k(S_2), \dots, P^k(S_t)$, mas não necessariamente $,^k(F)$, nem $P^k(F)$. Em contrapartida, todo vértice sobrevivente, pai de um vizinho morto de F , fará parte dos pais de F no nível $k + 1$. Esta estratégia mantém, na verdade, todas as ligações possíveis entre F e os sobreviventes do nível superior.

Assim sendo, assumindo $S = \{1, 3, 6, 7\}$ no grafo da figura 1(d), o vértice de número 5 não está apto a escolher um pai, ficando então ligado aos elementos do conjunto $\{P(1), P(2), P(4), P(6), P(7)\}$ correspondendo à $\{1, 3, 6, 7\}$. O vértice 4 se liga à 1 e o vértice 2 à 3. A nova configuração é mostrada na figura 2(a) e as relações entre o vértice 5 e seus pais estão explicitadas em pontilhados na figura 2(b).

Deste modo, o valor da ligação difusa entre o vértice 5 e cada pai P_i é determinada pela equação:

$$lig(F, P_i) = 1 - \frac{|NC(F) - NC(P_i)|}{\sum_j |NC(F) - NC(P_j)|} \quad (3)$$

onde, para cada vértice X , $NC(X)$ representa seu nível de cinza. A equação (3) nos fornece $lig(5, 1) = lig(5, 6) = 0.3$, $lig(5, 7) = 0.267$ e $lig(5, 3) = 0.133$, que somados dão 1 e diferenciam as ligações difusas mais fortes das mais fracas, ou seja, aquelas com maior e menor possibilidade de concretização no momento da decisão final do vértice difuso 5.

Em [3] são mostrados resultados comparativos entre as duas técnicas de segmentação: a clássica e a difusa, baseadas em estruturas piramidais irregulares.

3 Relações de adjacência difusas

Consideremos a configuração mostrada na figura 2(a), a qual apresenta 4 regiões sobreviventes e uma difusa. Esta última, a de número 5, pertence parcialmente às quatro primeiras, tornando-as adjacentes umas às outras. Tais adjacências, geradas pela região difusa, estão representadas na figura 2(c). Percebe-se que, ao invés desta última representação de adjacências, pode ser utilizada aquela representada na figura 2(d), já que as arestas (1, 6) e (3, 7) existem de fato.

Nasce neste ponto a necessidade de diferenciar no grafo de adjacência as arestas reais (aquelas que existem de fato), daquelas geradas por um vértice difuso. A importância desta diferenciação vem da necessidade de controlar a propagação da incerteza na pirâmide, pois quando um vértice difuso escolhe definitivamente seu pai, as ligações que ele gerou devem desaparecer. Uma outra razão que justifica este controle é a possibilidade que regiões desconexas se formem. A seção 4 é consagrada a este problema.

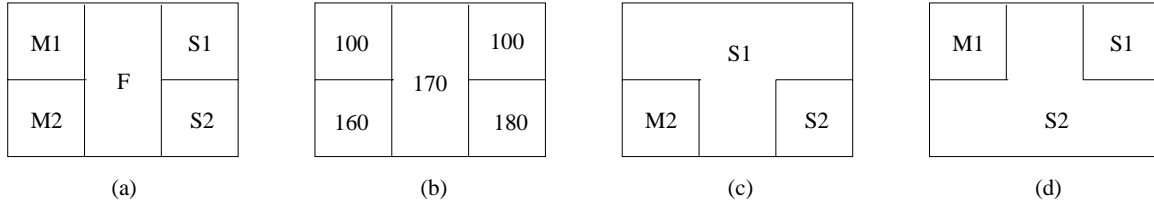


FIGURA 3: (a) Configuração de regiões, associada aos (b) respectivos níveis de cinza. (c-d) Duas possíveis configurações geradas pela validação de arestas difusas.

3.1 Criação de arestas difusas

Definição 2 Uma aresta difusa, denotada por $\wp(A, F, B)$, é uma aresta não real que realiza a ligação entre A e B por meio do vértice difuso F .

Baseando-se na definição acima, eis a lista das arestas difusas do grafo da figura 2(d): $\wp(1, 5, 3)$, $\wp(1, 5, 7)$, $\wp(6, 5, 3)$ e $\wp(6, 5, 7)$. As arestas $\wp(1, 5, 6)$ e $\wp(3, 5, 7)$ não são consideradas pois $(1, 6)$ e $(3, 7)$ já existem.

Apresenta-se a seguir um estudo sobre a maneira de diferenciar arestas reais de difusas.

3.2 Determinação do grau de existência de arestas em grafos difusos

Seja \mathcal{A} o conjunto de arestas de um grafo. As arestas reais devem pertencer a este conjunto com um grau de pertinência igual a 1; arestas inexistentes terão este grau igual a zero e arestas difusas terão um valor no intervalo $(0, 1)$ de modo que uma ordem de importância entre estas últimas seja criada.

Em um primeiro momento, define-se a similaridade entre dois vértices sobreviventes como:

$$\text{sim}(A, B) = 1 - \frac{|NC(A) - NC(B)|}{\max - \min} \quad (4)$$

onde $\max - \min$ representa a diferença máxima entre os níveis de cinza de dois vértices quaisquer. O caso onde $\max = \min$ não é considerado pois trata-se de uma imagem uniforme.

Quanto maior o grau de existência de uma aresta do tipo $\wp(A, F, B)$, maior é a chance de que esta aresta realize a fusão definitiva entre os vértices A e B . Dessa maneira, o grau de pertinência de uma aresta difusa $\wp(A, F, B)$ ao conjunto \mathcal{A} pode ser calculado em função da similaridade entre os vértices A e B , como segue:

$$\mu_{\mathcal{A}}[\wp(A, F, B)] = \max\{\text{sim}(A, B) - \epsilon, \epsilon\} \quad (5)$$

onde ϵ é um real positivo próximo de zero e sim é

dado por (4). A respeito da função $\mu_{\mathcal{A}}$ assim definida, pode-se dizer que:

- Permite diferenciar as arestas reais das difusas quando os vértices A e B tem o mesmo nível de cinza ($\mu_{\mathcal{A}}[\wp(A, F, B)] = 1 - \epsilon$);
- quando $|NC(A) - NC(B)| = \max - \min$ as arestas difusas não são consideradas inexistentes pois $\mu_{\mathcal{A}}[\wp(A, F, B)] = \epsilon$;
- ela estabelece uma ordem entre as arestas de modo que as mais fortes sejam aquelas que possuem as menores diferenças de nível de cinza entre os dois vértices correspondentes;
- ela não considera os atributos dos vértices difusos.

3.3 Consideração dos atributos dos vértices difusos

Deve-se ressaltar que quando um vértice não sobrevivente escolhe seu pai definitivo utilizando uma aresta difusa, o vértice difuso responsável por esta ligação também fusiona com esses dois. O não respeito a esta regra implica na criação de regiões desconexas.

Regra 1 Sempre que um vértice M escolhe como pai o vértice S utilizando para isso a aresta difusa $\wp(M, F, S)$, o vértice difuso F deve também se ligar à S . A aresta difusa $\wp(M, F, S)$ é então **validada**.

A função $\mu_{\mathcal{A}}$, definida pela equação (5) não considera o nível de cinza do vértice difuso da aresta que foi validada. Pela regra 1, a consideração desta informação é de extrema importância pois a região representada pelo vértice difuso fará também parte da nova região formada.

Um exemplo da deficiência da equação (5) é mostrado na figura 3, onde a aresta $\wp(M_1, F, S_1)$, é validada ao invés de $\wp(M_2, F, S_2)$ simplesmente porque $|NC(M_1) - NC(S_1)| < |NC(M_2) - NC(S_2)|$.

Na figura 3(c) teremos então gerada a região $\{M_1 \cup F \cup S_1\}$, que é mais heterogênea que aquela que teria sido formada se a aresta $\wp(M_2, F, S_2)$ houvesse sido validada, conforme mostra a figura 3(d).

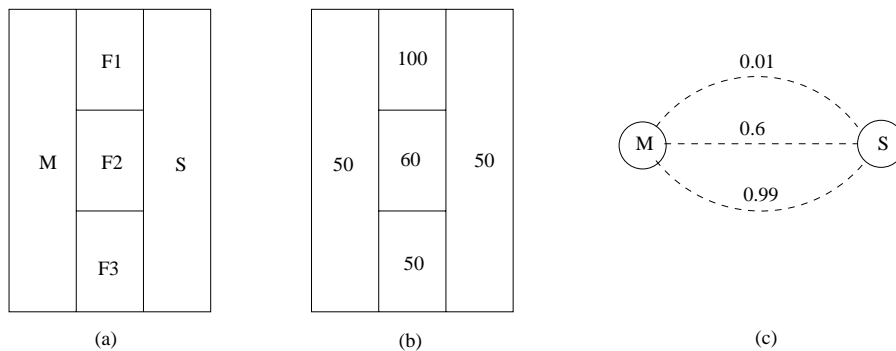


FIGURA 4: (a) Três possibilidades de ligar o vértice M à S. (b) Utilizando os níveis de cinza de cada região, (c) o valor de cada aresta difusa é calculado.

Isso mostra que é importante cooperar com as fusões que geram um máximo de homogeneidade. Propõe-se então, o uso da variância normalizada dos níveis de cinza para calcular a similaridade entre as regiões A, F e B , associadas à aresta difusa $\varphi(A, F, B)$. Assim, a equação (4) passa a ser:

$$\begin{aligned} sim[\varphi(A, F, B)] &= \\ &= 1 - \frac{\sigma[NC(A), NC(F), NC(B)]}{\sigma_{max}} \end{aligned} \quad (6)$$

onde σ_{max} é a variância máxima para quaisquer A, F e B .

3.4 Existência de vários vértices difusos

Se existem vários vértices difusos, digamos $F_1, F_2, F_3, \dots, F_k$, capazes de realizar a ligação entre A e B, a aresta que terá a maior chance de ser validada será aquela de maior grau de pertinência ao conjunto \mathcal{A} . Assim, só há necessidade de considerar a aresta difusa $\varphi(A, F^*, B)$ tal que:

$$\mu_{\mathcal{A}}[\varphi(A, F^*, B)] = \max_{1 \leq i \leq k} \{ \mu_{\mathcal{A}}[\varphi(A, F_i, B)] \} \quad (7)$$

onde

$$\mu_{\mathcal{A}}[\varphi(A, F_i, B)] = \max\{ sim[\varphi(A, F_i, B)] - \epsilon, \epsilon \} \quad (8)$$

e $sim[\varphi(A, F_i, B)]$ é dada por (6).

A configuração de regiões da figura 4(a) fornece um exemplo de três possibilidades de ligar um vértice M à um vértice S utilizando para isso vértices difusos. Com os níveis de cinza fornecidos na figura 4(b) e assumindo $\epsilon = 0.01$ obtém-se os valores fornecidos na figura 4(c) para quantificar o grau de pertinência das arestas $\varphi(M, F_1, S)$, $\varphi(M, F_2, S)$ e $\varphi(M, F_3, S)$

ao conjunto \mathcal{A} . Como $\max\{0.01, 0.6, 0.99\} = 0.99$, então $\varphi(M, F_1, S)$ e $\varphi(M, F_2, S)$ deixam de ser consideradas.

3.5 Comentários

Nesta seção buscou-se apresentar os vários tipos de configurações envolvendo regiões, difusas ou não, que merecem um tratamento especial quando da atualização do grafo de adjacência, a cada iteração, e conseqüente obtenção do grafo de similaridade. Mostrou-se que, para isso, é necessário diferenciar os vários tipos de arestas existentes em grafos difusos, bem como quantificá-las, de modo a dar prioridades às fusões que traduzem as adjacências mais similares.

A necessidade da modelagem citada acima vem do fato dos vértices difusos não serem sobreviventes, logo não estarem presentes nos níveis superiores da pirâmide. Precisam estes vértices, no entanto, terem seus atributos (não só nível de cinza, mas também área, textura,...) considerados para evitar o subaproveitamento de informações durante o processo de segmentação. Mais que isso, tal modelagem permite a propagação e o controle da incerteza nos diversos níveis da pirâmide.

A nível algorítmico, um vértice difuso é obrigado a escolher seu pai definitivo quando serve de intermediário para uma fusão (como já foi exposto) ou então no caso de um de seus pais se transformar também em um vértice difuso. Nesta situação, para controlar a propagação da incerteza, o vértice difuso “mais velho” é obrigado a decidir. Mais informações podem ser obtidas em [2].

A próxima seção é destinada a fornecer estratégias que visam impedir a criação de regiões desconexas na imagem segmentada.

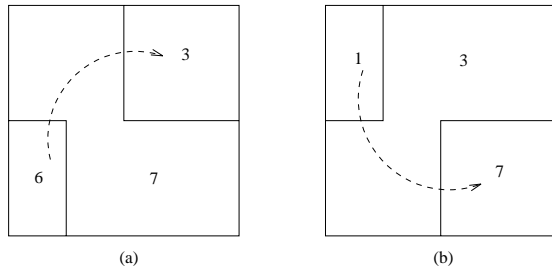


FIGURA 5: Duas arestas difusas que se interditam mutuamente.

4 Estratégias de fusão para contornar o problema de desconexão

4.1 Descrição do problema

Como já foi observado, a configuração mostrada na figura 1(a) gerou aquela da figura 2(a) quando o conjunto dos vértices sobreviventes escolhido foi $S^k = \{1, 3, 6, 7\}$. Esta segunda configuração é representada pelo grafo da figura 2(d). Suponhamos então que o novo conjunto de sobreviventes seja $S^{k+1} = \{3, 7\}$. Deste modo, os vértices 1 e 6 devem escolher um pai no conjunto S^{k+1} . Digamos que o vértice 1 escolhe como pai o sobrevivente 7, enquanto que 6 escolhe 3.

Nesta situação o vértice difuso 5 é utilizado duas vezes, ou seja, $\wp(1, 5, 7)$ e $\wp(6, 5, 3)$ devem ser validadas ao mesmo tempo, gerando as duas configurações mostradas nas figuras 5(a e b) respectivamente. Ora, se a aresta difusa $\wp(1, 5, 7)$ é validada, o vértice difuso 5 deve imperativamente se ligar à 7, o que impede a validação de $\wp(6, 5, 3)$ e *vice versa*.

Torna-se então impossível realizar as duas ligações ao mesmo tempo sem criar uma incoerência na topologia da imagem. As configurações capazes de gerar a formação de regiões desconexas podem ser ainda mais complexas que aquela mostrada na figura 5. Analisemos, por exemplo aquela representada na figura 6(a), onde as regiões M_1 à M_5 decidem se ligar às sobreviventes S_1 ou S_2 conforme mostram as flexas na figura 6(b). Percebe-se que o vértice difuso F faz parte de todas as arestas ligando os vértices M_1 à M_5 aos vértices S_1 e S_2 . Disso, pode-se concluir que:

- $\mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_1, F, S_1)] > \mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_1, F, S_2)]$;
- $\mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_2, F, S_1)] < \mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_2, F, S_2)]$;
- $\mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_3, F, S_1)] > \mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_3, F, S_2)]$;
- $\mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_4, F, S_1)] > \mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_4, F, S_2)]$;
- $\mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_5, F, S_1)] < \mu_{\mathcal{A}}[\wp(M_5, F, S_2)]$.

Ora, é evidente que todas essas ligações *a priori* não podem se realizar ao mesmo tempo pois a região

difusa só pode fusionar com um pai no momento da sua escolha definitiva: S_1 ou S_2 . Para apresentar estratégias de fusão que contornam os problemas de desconexão citados nesta seção, lançar-se-á mão da definição de fluxo.

Definição 3 O fluxo $\phi(S)$ é composto de vértices que escolhem como pai o sobrevivente S , utilizando para isso uma aresta difusa.

4.2 Estratégia 1

O vértice difuso favorece a aresta com maior grau de pertinência à \mathcal{A} :

$$\max_{i,j} \{\mu_{\mathcal{A}}(M_i, F, S_j)\} \quad (9)$$

No exemplo dado, $\max_{i,j} \{\mu_{\mathcal{A}}(M_i, F, S_j)\} = 0.9$. Esta estratégia geraria a fusão das regiões M_1 , F e S_1 , transformando, conseqüentemente, M_2 , M_3 , M_4 e M_5 em vértices difusos.

4.3 Estratégia 2

O vértice difuso favorece um dos fluxos ϕ :

$$\max_j \{\phi(S_j)\} \quad (10)$$

A função ϕ pode levar em consideração a quantidade ou a qualidade do novo agrupamento, como segue:

4.3.1 Estratégia 2(a) ϕ conta os vértices que se ligam a cada sobrevivente:

$$\phi(S_j) = |M| \quad (11)$$

onde $M = \{M_i : \mu_{\mathcal{A}}(M_i, F, S_j) > \mu_{\mathcal{A}}(M_i, F, S_k), k \neq j\}$. Neste caso o critério (10) maximiza a cardinalidade dos agrupamentos, permitindo que o vértice difuso induza fusões mais numerosas. No exemplo, teríamos $\phi(S_1) = 3$ e $\phi(S_2) = 2$, gerando $\max_j \{\phi(S_j)\} = 3$. Conseqüentemente as regiões M_1 , M_3 , M_4 , F e S_1 fusionariam. Tal resultado é mostrado na figura 6(c). Observe-se que a função ϕ , assim definida, não considera a informação mais importante a respeito das arestas difusas: seu grau de pertinência à \mathcal{A} , o que pode formar configurações não homogêneas.

4.3.2 Estratégia 2(b) ϕ favorece a aresta mais forte:

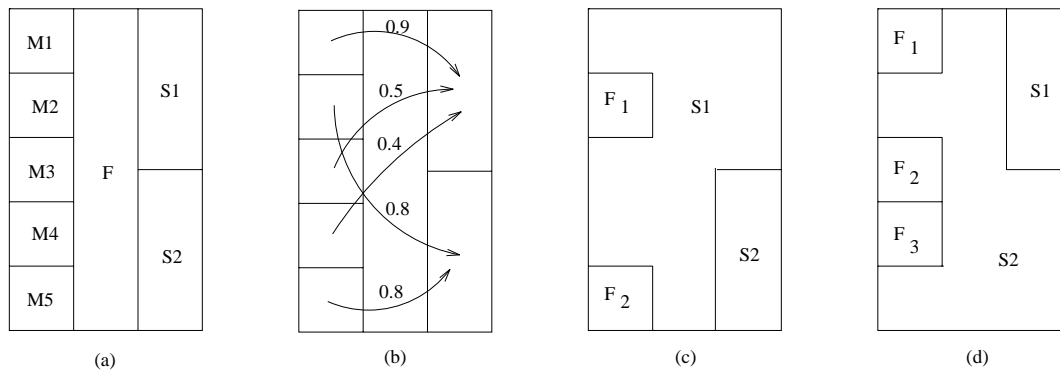


FIGURA 6: (a) Cinco regiões não sobreviventes (M_1 à M_5) e (b) respectivas escolhas *a priori* dos pais, formando fluxos na direção de S_1 e S_2 . (c) Regiões fusionadas quando o fluxo para S_1 se concretiza e (d) situação inversa.

$$\phi(S_j) = \max_i \{\mu_{\mathcal{A}}(M_i, F, S_j)\} \quad (12)$$

Uma vez que esta aresta é determinada, o vértice difuso escolhe seu pai utilizando (10). Os outros vértices M_i que também haviam escolhido o mesmo pai *a priori*, fusionam definitivamente com este. No exemplo, a aresta mais forte é $\rho(M_1, F, S_1)$. Como os vértices M_3 e M_4 haviam escolhido S_2 como pai *a priori*, a nova configuração será formada pelo vértices: M_1, M_3, M_4, F e S_2 , o que nos fornece um resultado idêntico àquele dado pela estratégia 2(b) (figura 6(c)).

4.3.3 Estratégia 2(c) ϕ maximiza a média dos graus de pertinência à \mathcal{A} das arestas difusas associadas a um mesmo fluxo:

$$\phi(S_j) = \frac{\sum_i \mu_{\mathcal{A}}(M_i, F, S_j)}{|M|} \quad (13)$$

onde $M = \{M_i : \mu_{\mathcal{A}}(M_i, F, S_j) > \mu_{\mathcal{A}}(M_i, F, S_k), k \neq j\}$. Neste caso teremos $\phi(S_1) = (0.9 + 0.5 + 0.4)/3 = 0.6 < \phi(S_2) = (0.8 + 0.2)/2 = 0.8$. Este resultado privilegia o fluxo dos vértices M_2, M_5 et F para o sobrevivente S_2 .

4.4 Considerações

Todas as estratégias apresentadas nesta seção são implementáveis em paralelo. Uma análise mais detalhada destas, permite verificar que todas modelam uma maneira de solucionar o problema de desconexão já descrito, entretanto algumas não levam em consideração importantes informações que podem contribuir na geração de boas fusões. Dentre as es-

tratégias apresentadas, a que forneceu melhores resultados é aquela descrita em 4.3.3 (escolha do fluxo que maximiza a média dos graus de pertinência à \mathcal{A}).

A nível algorítmico, as ligações não privilegiadas são eliminadas e os respectivos vértices tornam-se difusos já que sua melhor escolha não pode se concretizar. Até o momento, o adiamento na tomada de decisão definitiva desses vértices é a melhor estratégia a ser utilizada, mas é possível que para concretizar sua escolha, os vértices mortos possam se servir de outras ligações com o sobrevivente escolhido, através de outros vértices difusos. Este tipo de procedimento mereceria um estudo mais aprofundado.

5 Conclusão

Inicialmente foram revistas neste trabalho, as estruturas piramidais clássica e difusa, utilizadas para a segmentação de imagens. Um enfoque maior foi dado ao modelo piramidal difuso visando a identificação de alguns de seus aspectos mais complexos. Levantaram-se dois: o gerenciamento das relações entre os elementos difusos dos grafos que representam as adjacências e similaridades na imagem, e a possibilidade de gerar regiões desconexas.

Foram propostas, analisadas e modeladas rigorosamente algumas estratégias para resolver estes problemas. Estas estratégias inovam pelo fato de propiciarem a uma aresta difusa o poder de fusionar mais que três regiões ao mesmo tempo, ao contrário do caso clássico, onde cada aresta só pode ser responsável pela fusão de duas regiões.

Pensa-se ser promissor o uso de cooperações do tipo regiões-bordas no algoritmo piramidal descrito, assim como sua generalização para o caso 3D.

Referências

- [1] M. Bister, J. Cornelis, and A. Rosenfeld. A critical view of pyramid segmentation algorithms. *PRL*, 11(9):605–617, September 1990.
- [2] G. Braviano. *Logique floue en segmentation d'images : seuillage par entropie et structures pyramidales irrégulières*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1995.
- [3] G. Braviano and A. Montanvert. Estruturas piramidais irregulares difusas em segmentação de imagens. In *9th SIBGRAPI*, pages 55–62, Caxambu, MG, 1996.
- [4] J.M. Jolion. Analyse d'images : le modèle pyramidal. *Traitement du Signal*, 7(1):5–17, 1990.
- [5] P. Meer. Stochastic image pyramids. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 45:269–294, 1989.
- [6] P. Meer, S. N. Jiang, S. Baugher, and A. Rosenfeld. Robustness of image pyramids under structural perturbations. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 44:307–311, 1988.
- [7] A. Montanvert, P. Meer, and A. Rosenfeld. Hierarchical image analysis using irregular tessellations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(4):307–316, April 1991.